



Université
de Toulouse

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace (ISAE)

Présentée et soutenue par :

Jean-Yves LESTRADE

le jeudi 13 décembre 2012

Titre :

Modélisation de la régression des combustibles liquéfiables
dans un moteur hybride

École doctorale et discipline ou spécialité :

ED MEGEP : Énergétique et transferts

Unité de recherche :

Équipe d'accueil ISAE-ONERA EDyF

Directeur(s) de Thèse :

Gérard LAVERGNE (directeur de thèse)

Jérôme ANTHOINE (co-directeur de thèse)

Jury :

Jean-Marie BUCHLIN - Rapporteur & Président du jury

Nathalie CESCO

Frédéric GRISCH - Rapporteur

Daniele PAVARIN

Michel PREVOST

Jan-Erik RONNINGEN

Remerciements

L'heure est venue pour moi d'achever ma thèse par la rédaction de ce mémoire et, par conséquent, de repenser à ces trois années passées à travailler sur un même sujet, à se poser des questions, à se remettre en question, ... mais également, de repenser à ceux qui m'ont permis d'aller au bout de mes travaux.

Mes remerciements s'adressent tout d'abord à Gérard Lavergne et à Jérôme Anthoine, mes directeurs de thèses, pour leur soutien, leur disponibilité, leurs conseils avisés mais également pour le regard scientifique et critique qu'ils ont su me communiquer.

Mes pensées vont également à Nathalie Cesco, ma responsable CNES, qui a suivi mes travaux malgré la distance et qui a su me poser les bonnes questions, me forçant ainsi à aller plus loin dans mon raisonnement scientifique.

Je tiens à remercier l'ensemble des membres du jury et plus particulièrement Jean-Marie Buchlin et Frédéric Grisch pour m'avoir fait l'honneur d'évaluer et de valider mon travail en tant que rapporteur et également Jan-Erik Rønningen et Daniele Pavarin pour s'être déplacés de si loin (Norvège et Italie) afin d'assister à ma soutenance.

Mes remerciements s'adressent également à toute l'équipe du Laboratoire de Propulsion de l'ONERA/DMAE pour son accueil, son enthousiasme, sa bonne humeur et l'aide qu'elle a su m'apporter durant ces trois ans : merci à Michel Prévost pour son accueil au sein de l'unité et pour son aide sur la définition des montages expérimentaux, à Jouke Hijlkema pour son expertise concernant les questions numériques et informatiques, à Patrick Jézéquel, Gilles Le Parc et Guy Delrieu pour leur participation active aux mesures et montages pendant les campagnes expérimentales et également à Pierre Prévot pour les nombreuses discussions sur les aspects expérimentaux et Gérard Guillement pour celles sur les aspects théoriques. Un grand merci également à deux personnes parties en retraite avant l'accomplissement de ma thèse : Jérôme Maunoury pour son aide inestimable lors des campagnes expérimentales, que ce soit au niveau des mesures, de la mécanique ou des aspects liés à la sécurité et Yves Maisonneuve pour m'avoir transmis sa passion de la propulsion hybride. Je remercie également Nicolas Pelletier, mon prédécesseur, pour son aide, ses conseils et pour m'avoir permis d'entamer cette thèse dans de bonnes conditions.

Je remercie bien sûr tous ceux qui m'ont apporté l'aide dont j'avais besoin tout au long de mon parcours et qui m'ont permis d'achever ma thèse dans de bonnes conditions. Je pense plus particulièrement à Philippe Villedieu, Claire Laurent et Olivier Rouzaud pour leur conseils très précieux sur la modélisation des phénomènes physiques et à Pierre Berthoumieux, François d'Herbigny, Renaud Lecourt et Frédéric Bigot pour leur disponibilité et leur aide sur certains aspects techniques relatifs aux moyens d'essais.

Je remercie également l'ensemble des doctorants et stagiaires du DMAE pour leur convivialité, leur amitié et leur personnalité parfois atypique. Je pense notamment à Guillaume, mon co-bureau intermittent, Julien, Germain, Anne, Violaine, Jegan, Nechtan, Samuel, Arthur, Jacques, Adrien, et tant d'autres, ...

Enfin, je n'aurais pu achever cette thèse sans le soutien de celle qui compte plus que tout pour moi. Merci du plus profond de mon cœur de m'avoir supporté, de m'avoir réconforté, d'avoir dissipé mes préoccupations et tant d'autre chose tout au long de cette thèse.

À Irène

Table des matières

Liste des figures	xiv
Liste des tableaux	xv
Nomenclature	xvii
I Contexte et État de l’art	1
1 Introduction générale	3
1.1 Contexte de l’étude	3
1.2 Objectifs de la thèse	9
1.3 Plan du mémoire	9
2 État de l’art	11
2.1 Modélisation des combustibles classiques	11
2.2 Augmentation de la vitesse de régression	17
2.3 Modélisation des combustibles liquéfiables	22
2.4 Travaux expérimentaux	32
2.5 Objectifs précis de la présente thèse	37
II Modélisation de la régression des combustibles liquéfiables	39
3 Modélisation en écoulement plan non réactif	41
3.1 Configuration retenue	41
3.2 Définitions	42
3.3 Hypothèse de la modélisation	44
3.4 Mise en équations	45
4 Modélisation de la régression : environnement moteur	63
4.1 Description du problème	63
4.2 Hypothèses	65
4.3 Modèle de combustion	67
4.4 Mise en équations	69
5 Développement du code Hydres	75
5.1 Schémas numériques	75
5.2 Description du code HYDRES	79
5.3 Vérification du fonctionnement du code HYDRES	84

III	Validation expérimentale du code Hydres et des modèles de régression	91
6	Campagne d'essais réalisée sur le banc Hycarre	93
6.1	Présentation du banc HYCARRE	93
6.2	Mesure de la vitesse de régression par ultrasons	95
6.3	Validation du modèle plan sur cas tests expérimentaux	98
7	Campagne d'essais réalisée sur le banc Hycom	111
7.1	Présentation du banc HYCOM	112
7.2	Essai de référence	116
7.3	Apport de la combustion sur la loi de vitesse	127
7.4	Influence du diamètre initial de la chambre de combustion	133
7.5	Conclusion	137
IV	Exploitation du code Hydres	141
8	Exploitation du code Hydres	143
8.1	Influence du flux de masse initial d'oxydant	143
8.2	Influence de la pression dans la chambre de combustion	145
8.3	Influence de la nature de l'oxydant	146
8.4	Apport de la combustion	148
8.5	Retour sur l'augmentation de la vitesse de régression par atomisation du film liquide	149
V	Conclusion	151
9	Conclusion et perspectives	153
9.1	Modélisation de la régression des combustibles liquéfiables	153
9.2	Validation des modèles de régression et du code HYDRES	154
9.3	Perspectives	155
VI	Annexes et Bibliographie	157
A	Équations pour un écoulement axisymétrique	159
A.1	Équations de l'écoulement non visqueux	159
A.2	Équations dans le film liquide	164
B	Fonctions mathématiques	165
B.1	Loi d'Andrade modifiée	165
B.2	Loi d'Antoine	166
B.3	Fonction constante	166
B.4	Fonction Daubert 102	166
B.5	Fonction Daubert 107	166
B.6	Fonction "points"	166
B.7	Fonction polynomiale	167

C Lois de mélange pour la phase gazeuse	169
C.1 Capacité calorifique à pression constante	169
C.2 Densité du mélange	169
C.3 Viscosité dynamique du mélange	170
C.4 Conductivité thermique	170
Bibliographie	171

Liste des figures

1.1	Exemples d'applications de la propulsion hybride	3
1.2	Concept et architecture d'un moteur hybride	4
1.3	Exemple de modulation de poussée	6
1.4	Comparaison des performances propulsives entre les technologies solide, liquide et hybride	7
1.5	Schéma du moteur hybride Amroc DM-01	7
2.1	Phénomènes physiques présents lors d'une combustion hybride	12
2.2	Architecture simplifiée du code DEPHY	16
2.3	Restitution d'un essai par le code DEPHY	17
2.4	Comparaison des lois de vitesse obtenues par Carmicino et Russo Sorge avec les injecteurs axial et radial	18
2.5	Représentation du moteur CAMUI	18
2.6	Voie d'accroissement de la vitesse de régression proposée par Lee <i>et al.</i>	19
2.7	Moteur à vortex développé par Knuth <i>et al.</i>	20
2.8	Influence de l'ajout de particules métalliques sur la vitesse de régression d'un combustible classique	20
2.9	Influence de l'ajout de particules d'hydrures métalliques sur la vitesse de régression d'un combustible classique	21
2.10	Lois de vitesse obtenues en utilisant des combustibles liquéfiables	22
2.11	Schéma représentant les mécanismes de dégradation	22
2.12	Déstabilisation d'un film liquide par un écoulement gazeux	24
2.13	Modes de pulvérisation d'une goutte en fonction du nombre de Weber	25
2.14	Mécanismes d'atomisation d'une nappe liquide plane	25
2.15	Montage expérimental utilisé par Gater et L'Ecuyer	26
2.16	Comparaison entre le modèle proposé par Gater et L'Ecuyer et des mesures expérimentales	27
2.17	Identification des régimes d'atomisation	28
2.18	Méthodologie utilisée par Sawant <i>et al.</i> pour établir leur corrélation	29
2.19	Comparaison entre les résultats expérimentaux et théoriques donnés par la corrélation de Sawant <i>et al.</i> pour le couple air-eau	29
2.20	Comparaison entre les résultats expérimentaux et théoriques donnés par la corrélation de Sawant <i>et al.</i> pour différents couples de fluides	30
2.21	Simulation de la vitesse de régression d'un combustible liquéfiable	31
2.22	Synthèse du modèle développé par Pelletier	32
2.23	Prévision de la loi de vitesse moyenne des combustibles liquéfiables pour différents nombres de carbone	33
2.24	Dispositif expérimental et résultats obtenus par Evans <i>et al.</i> lors de l'application de la technique de mesure par rayons X	33

2.25	Mise en œuvre de la technique de mesure par imagerie	34
2.26	Dispositif expérimental et résultats obtenus par Carmicino et Russo-Sorge lors de l'application de la technique de mesure par ultrasons	34
2.27	Installation expérimentale de l'Université de Stanford	35
2.28	Installation expérimentale de la Faculté des Sciences Aérospatiales de Technion	36
2.29	Lois de vitesse obtenues sur le moteur de la Faculté des Sciences Aérospatiales de Technion	36
2.30	Installation expérimentale de l'ONERA	37
2.31	Vitesses de régression obtenues avec l'installation expérimentale de l'ONERA pour différents combustibles	37
2.32	Pas de tir vertical de l'ONERA	38
3.1	Configuration modélisée lors d'un écoulement non réactif, bi-dimensionnel et plan	42
3.2	Surfaces sur lesquelles se produisent les transferts de masse dans la phase liquide	57
3.3	Algorithme simplifié de modélisation de la régression - écoulement plan sans combustion	62
4.1	Configuration modélisée lors d'un écoulement réactif, bi-dimensionnel et axisymétrique	64
4.2	Principe d'une flamme de diffusion	64
4.3	Répartition du flux rayonné à une interface	65
4.4	Évolution des fractions massiques des réactifs lors d'une chimie infiniment rapide	69
4.5	Algorithme simplifié de modélisation de la régression - écoulement axisymétrique et réactif	73
5.1	Décomposition du problème	76
5.2	Maillage linéaire utilisé pour la modélisation	76
5.3	Oscillation autour de la valeur convergée	78
5.4	Architecture générale du code HYDRES	80
5.5	Organigramme simplifié de la partie calcul du code HYDRES	82
5.6	Évolution du profil de vitesse	83
5.7	Évolution de l'épaisseur de couche limite en fonction de la vitesse et de la température de l'écoulement	85
5.8	Évolution de la vitesse longitudinale dans l'écoulement non visqueux	86
5.9	Évolution longitudinale des grandeurs pariétales en fonction de la température de la phase gazeuse	86
5.10	Évolution longitudinale des flux de masse aux interfaces liquide-gaz et solide-liquide en fonction de la température de la phase gazeuse	87
5.11	Évolution longitudinale de l'épaisseur du film liquide en fonction de la température de la phase gazeuse	88
5.12	Évolution longitudinale des grandeurs pariétales dans la couche limite en fonction de la vitesse de l'écoulement gazeux	88
5.13	Évolution longitudinale de l'épaisseur du film liquide en fonction de la vitesse de la phase gazeuse	89
5.14	Évolution des épaisseurs de couche limite et du film liquide en fonction de la fraction atomisée	89
6.1	Banc expérimental HYCARRE	94
6.2	Schéma synoptique du banc d'essais HYCARRE	95
6.3	Principe de la mesure ultrasonore	96
6.4	Évolution de la vitesse du son en fonction de la température	98
6.5	Évolution des grandeurs expérimentales de l'essai Hycarre_01	101

6.6	Changement de l'alternance de l'onde ultrasonore	102
6.7	Vitesse de régression obtenue lors de l'essai Hycarre_01	103
6.8	Géométrie des blocs de paraffine utilisés dans le banc HYCARRE	103
6.9	Coupe transversale de l'écoulement gazeux du banc HYCARRE	104
6.10	Comparaison entre les résultats expérimentaux et la simulation numérique de l'essai Hycarre_01	105
6.11	Évolutions longitudinales de grandeurs thermodynamiques obtenues lors de la simulation numérique de l'essai Hycarre_01 à différents instants de calcul	106
6.12	Évolution des grandeurs liées aux mesures ultrasonores de l'essai Hycarre_02	107
6.13	Conditions de fonctionnement de l'essai Hycarre_02	108
6.14	Conditions de fonctionnement de l'essai Hycarre_03	109
6.15	Évolution des grandeurs liées aux mesures ultrasonores de l'essai Hycarre_03	110
7.1	Moteur HYCOM en configuration d'essais	112
7.2	Coupe longitudinale du moteur HYCOM	112
7.3	Panneau de pressurisation utilisé sur le banc d'essais HYCOM	113
7.4	Pression de vapeur saturante du protoxyde d'azote	114
7.5	Schéma synoptique du banc d'essais HYCOM	116
7.6	Implantation des capteurs sur le moteur HYCOM	116
7.7	Évolution des grandeurs expérimentales de l'essai Hycom_01	119
7.8	Post-traitement des mesures ultrasonores de l'essai Hycom_01	120
7.9	Loi de vitesse expérimentale de l'essai Hycom_01	120
7.10	Performances propulsives obtenues lors de l'essai Hycom_01	121
7.11	Comparaison des performances propulsives expérimentales et théoriques lors de l'essai Hycom_01	122
7.12	Transformée de Fourier des signaux de pression dans la chambre de combustion de l'essai Hycom_01	123
7.13	Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques associés à l'essai Hycom_01	125
7.14	Évolutions longitudinales de grandeurs thermodynamiques obtenues lors de la simulation numérique de l'essai Hycom_01 à différents instants de calcul	126
7.15	Évolution des grandeurs expérimentales de l'essai Hycom_02	128
7.16	Post-traitement des mesures ultrasonores de l'essai Hycom_02	129
7.17	Évaluation des performances propulsives de l'essai Hycom_02	130
7.18	Comparaison des performances propulsives expérimentales et théoriques lors de l'essai Hycom_02	130
7.19	Transformée de Fourier des signaux de pression dans la chambre de combustion de l'essai Hycom_02	131
7.20	Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques associés à l'essai Hycom_02	132
7.21	Évolution des grandeurs expérimentales de l'essai Hycom_03	134
7.22	Post-traitement des mesures ultrasonores de l'essai Hycom_03	135
7.23	Évaluation des performances propulsives de l'essai Hycom_03	135
7.24	Comparaison des performances propulsives expérimentales et théoriques lors de l'essai Hycom_03	136
7.25	Transformée de Fourier des signaux de pression dans la chambre de combustion de l'essai Hycom_03	136
7.26	Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques associés à l'essai Hycom_03 - 1/2	137

7.27	Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques associés à l'essai Hycom_03 - 2/2	138
7.28	Évolution de la loi de vitesse en échelle log-log	138
7.29	Comparaison des lois de vitesse suivant différentes conditions initiales	139
7.30	Comparaison des lois de vitesses suivant le méthode d'analyse	139
8.1	Influence du flux de masse initial d'oxydant sur la loi de vitesse	144
8.2	Influence de la pression et du flux massique d'oxydant sur la vitesse de régression	146
8.3	Influence de la pression sur la loi de vitesse	146
8.4	Résultats d'une simulation avec du H_2O_2 – w90 % et comparaison avec du N_2O	147

Liste des tableaux

1.1	Synthèse comparative entre les systèmes propulsifs hybride, liquide et solide . . .	8
4.1	Conditions aux limites des variables de Shvab-Zel'dovich	68
5.1	Données thermophysiques utilisées par le code Hydres en fonction des phases rencontrées	80
6.1	Essais réalisés sur le banc HYCARRE	99
6.2	Paramètres de réglage des essais réalisés sur le banc HYCARRE (cf. figure 6.2) . .	99
7.1	Tableau récapitulatif des dimensions caractéristiques du moteur HYCOM	115
7.2	Conditions opératoires de l'essai Hycom_01	117
7.3	Comparaison des épaisseurs brûlées de l'essai Hycom_01 obtenues par méthode ultrasonore et par mesure du bloc après essai	118
7.4	Conditions opératoires de l'essai Hycom_02	127
7.5	Comparaison des épaisseurs brûlées de l'essai Hycom_02 obtenues par méthode ultrasonore et par mesure du bloc après essai	127
7.6	Conditions opératoires de l'essai Hycom_03	133
7.7	Comparaison des épaisseurs brûlées de l'essai Hycom_03 obtenues par méthode ultrasonore et par par mesure du bloc après essai	133
8.1	Conditions de fonctionnement des simulations numériques montrant l'influence du flux de masse initial d'oxydant sur la vitesse de régression	144
8.2	Lois de vitesse obtenues en changeant le flux de masse initial	144
8.3	Conditions de fonctionnement des simulations numériques montrant l'influence de la pression dans la chambre de combustion sur la vitesse de régression	145
8.4	Conditions de fonctionnement des simulations numériques réalisées pour montrer l'apport de la combustion	148
8.5	Vitesses de régression moyennes obtenues lors des simulations avec et sans combustion	148

Nomenclature

Symboles latins

A	Section	m^2
c	Vitesse du son	$m \cdot s^{-1}$
C_f	Coefficient de frottement	
C_{f0}	Coefficient de frottement en l'absence de soufflage	
c^*	Vitesse caractéristique	$m \cdot s^{-1}$
c_p	Capacité calorifique à pression constante	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
D	Diamètre	m
\mathfrak{D}	Diffusivité massique	$m^2 \cdot s^{-1}$
E	Fraction atomisée	
e	Énergie massique	$J \cdot kg^{-1}$
F	Facteur de forme	
F	Poussée	N
G	Flux de masse	$kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$
g	Accélération de la pesanteur	$m \cdot s^{-2}$
h	Hauteur	m
h_M	Coefficient d'échange massique	$m \cdot s^{-1}$
h_T	Coefficient d'échange thermique	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
I_{sp}	Impulsion spécifique	s
k_P	Coefficient de pression	Pa^{-1}
k_T	Coefficient de température	K^{-1}
L	Enthalpie de changement d'état	$J \cdot kg^{-1}$
l	Longueur caractéristique	m
\mathcal{M}	Masse molaire	$kg \cdot mol^{-1}$
\dot{m}	Flux de massique	$kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$
P	Pression	Pa
\dot{Q}	Débit massique	$kg \cdot s^{-1}$
R	Constante des gaz parfaits	$J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$
r	Position radiale	m
s	Coefficient stoechiométrique massique	
T	Température	K
u	Vitesse longitudinale	$m \cdot s^{-1}$
V	Vitesse de diffusion	$m \cdot s^{-1}$
v	Vitesse transversale	$m \cdot s^{-1}$
\mathbf{v}	Vecteur vitesse	$m \cdot s^{-1}$
X	Fraction molaire	

x	Position longitudinale	m
Y	Fraction massique	
y	Position transversale	m
Z	Variable de Schvab-Zel'dovich	
z	Fraction de mélange	

Symboles grecs

α	Diffusivité thermique	$m^2 \cdot s^{-1}$
γ	Rapport des capacités calorifiques	
$\Delta_r H$	Chaleur de réaction	$J \cdot mol^{-1}$
δ	Épaisseur de couche limite	m
δ^*	Épaisseur intégrale de déplacement	m
δ_{fl}	Distance entre la flamme et la paroi	m
ϵ	Émissivité thermique	
η	Enthalpie massique	$J \cdot kg^{-1}$
η	Rendement	
θ	Épaisseur intégrale de quantité de mouvement	m
λ	Conductivité thermique	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
μ	Viscosité dynamique	$Pa \cdot s$
ν	Viscosité cinématique	$m^2 \cdot s^{-1}$
Φ	Richesse	
ρ	Masse volumique	$kg \cdot m^{-3}$
σ	Tension de surface	$N \cdot m^{-1}$
$\overline{\sigma}$	Tenseur total des contraintes	Pa
τ	Contrainte de cisaillement	Pa
$\dot{\omega}$	Taux de production massique par unité de volume	$kg \cdot m^{-3} \cdot s^{-1}$
φ_{th}	Flux thermique	$W \cdot m^{-2}$

Nombres adimensionnés

B_M	Nombre de Spalding massique
B_T	Nombre de Spalding thermique
Fr	Nombre de Froude
Le	Nombre de Lewis
Nu	Nombre de Nusselt
Oh	Nombre d'Ohnesorge
Pr	Nombre de Prandtl
Re	Nombre de Reynolds
Sc	Nombre de Schmidt
Sh	Nombre de Sherwood
St	Nombre de Stanton
We	Nombre de Weber
We^*	Nombre de Weber modifié

Exposants

<i>fu</i>	Combustible
<i>i</i>	Espèce chimique i
<i>n</i>	Instant de la bouche de convergence générale
\tilde{n}	Instant de la boucle de convergence interne au film liquide
<i>ox</i>	Oxydant
\circ	État de référence

Indices

<i>amb</i>	Ambiant
<i>atom</i>	Atomisation
<i>b</i>	Frontière
<i>ch</i>	Chambre de combustion
<i>col</i>	Col de la tuyère
<i>comb</i>	Combustion
<i>det</i>	Détente
<i>e</i>	Écoulement non visqueux
<i>evap</i>	Évaporation
<i>exp</i>	Expérimental
<i>f</i>	Formation
<i>fl</i>	Flamme
<i>fus</i>	Fusion
<i>g</i>	Gaz
<i>hydrau</i>	Hydraulique
<i>i</i>	Cellule i
<i>l</i>	Liquide
<i>lg</i>	Interface liquide-gaz
<i>ox</i>	Oxydant
<i>p</i>	Paroi
<i>rad</i>	Radiatif
<i>ref</i>	État de référence
<i>reg</i>	Régression
<i>s</i>	Solide
<i>s</i>	Section de sortie de la tuyère
<i>sat</i>	Saturation
<i>sl</i>	Interface solide-liquide
<i>st</i>	Stœchiométrie
<i>t</i>	Total
<i>theo</i>	Théorique
<i>x</i>	Projeté sur l'axe longitudinal
<i>y</i>	Projeté sur l'axe transversal
∞	Infini

Première partie

Contexte et État de l'art

Chapitre 1

Introduction générale

Sommaire

1.1 Contexte de l'étude	3
1.1.1 Architecture générale d'un moteur hybride	4
1.1.2 Principe de fonctionnement	4
1.1.3 Avantages et inconvénients de la propulsion hybride	5
1.1.4 Challenges techniques	8
1.1.5 Modèles numériques adaptés à la propulsion hybride	8
1.2 Objectifs de la thèse	9
1.3 Plan du mémoire	9

1.1 Contexte de l'étude

Les développements réalisés, depuis de nombreuses années, sur les moteurs solides et liquides les ont rendus presque incontournables pour les applications lanceurs (missiles, fusées sonde, lanceurs commerciaux, ...). Ces deux concepts possèdent toutefois des inconvénients (coût, complexité, sécurité, fiabilité, impact environnemental ...) qui deviennent limitants vis-à-vis de l'augmentation des contraintes budgétaire, propulsive, environnementale, ... et du développement de nouvelles applications comme le tourisme spatial, les nano-lanceurs¹, les expériences en micro-pesanteur et les atterrisseurs spatiaux. Grâce à ses avantages en termes de sécurité, coût, complexité et performances, la propulsion hybride semble être un candidat prometteur pour répondre à la fois à ces nouvelles contraintes et à ces nouvelles applications [35, 1, 2] (figure 1.1)



(a) Atterrisseur spatial proposé par NAMMO dans le cadre du programme SPARTAN [54]



(b) Avion sub-orbital SpaceShipTwo proposé par Virgin Galactic [71]

FIGURE 1.1 – Exemples d'applications de la propulsion hybride

1. lanceur dont la charge utile est inférieure à 10 kg

1.1.1 Architecture générale d'un moteur hybride

Un moteur hybride est un système propulsif chimique qui combine un oxydant et un combustible présents sous deux états distincts, l'un solide, l'autre liquide ou éventuellement gazeux, cette dernière possibilité n'étant pas compétitive en raison de la faible densité du gaz. Généralement, l'oxydant présent sous phase liquide à l'instar du protoxyde d'azote (N_2O) ou du peroxyde d'hydrogène (H_2O_2) est associé à un combustible solide pouvant provenir de deux groupes distincts : les combustibles classiques comme le polyéthylène (PE) ou le polybutadiène hydroxytéléchélique (PBHT) et les combustibles liquéfiables comme les paraffines ($\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$).

Dans la configuration la plus répandue, l'oxydant, stocké sous phase liquide ou gazeuse, s'écoule le long du combustible solide et brûle avec les gaz issus de la dégradation du combustible. Dans ce cas, le bloc solide joue le rôle de chambre de combustion à l'instar des moteurs à propergol tandis que la partie oxydante (système de pressurisation, réservoir, ligne d'alimentation, vanne, injecteur) se réfère à la technologie bi-liquide (figure 1.2).

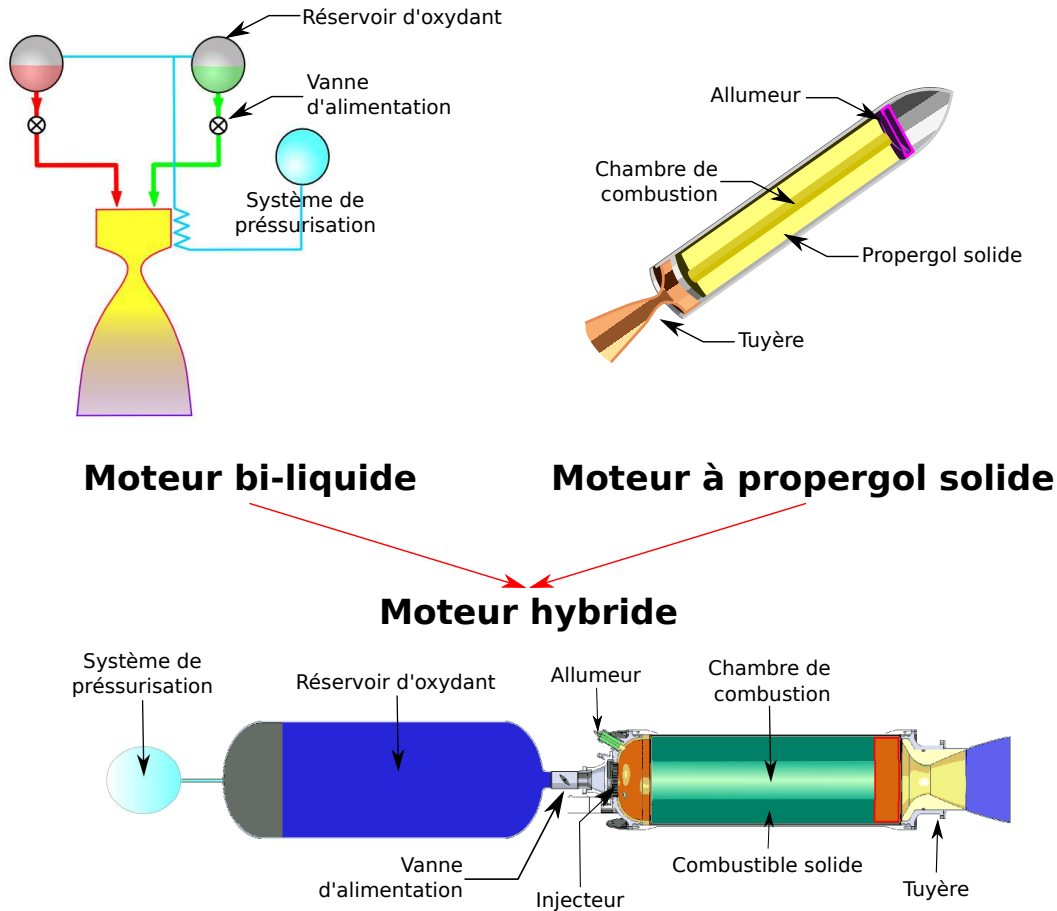


FIGURE 1.2 – Concept et architecture d'un moteur hybride

1.1.2 Principe de fonctionnement

Le principe de fonctionnement d'un moteur hybride peut être découpé en quatre étapes fondamentales :

1. *L'allumage*, dont l'objectif est double. D'une part, il permet l'évaporation de l'oxydant si ce dernier est injecté sous phase liquide et la sublimation d'une partie du combustible solide.

D'autre part, il apporte au mélange réactif ainsi formé l'énergie nécessaire à l'initiation de la combustion.

2. La *propagation* d'une flamme de diffusion le long du bloc de combustible dans une zone où la richesse est proche de l'unité. L'amorçage de la tuyère permet, par la suite, d'atteindre une pression stabilisée dans la chambre de combustion.
3. La *combustion progressive* du combustible. Une fraction de l'énergie émise par la réaction chimique est transférée à la surface du combustible par convection et rayonnement et provoque la dégradation du combustible. Les gaz issus de cette dégradation sont alors transportés par diffusion et convection généralement turbulente jusqu'à la zone de flamme où ils réagissent avec l'oxydant. Ce processus de combustion s'assimile alors à un cycle auto-entretenu et laisse présager d'une relation entre la vitesse de régression du combustible et les transferts de masse et d'énergie.
4. L'*extinction* du moteur dès l'arrêt du flux d'oxydant ou par épuisement du bloc de combustible.

Contrairement aux technologies solide et liquide, la quantité de combustible ablatée et, par conséquent, le rapport de mélange dépendent directement de l'énergie apportée par la réaction chimique. Dans la mesure où la cinétique chimique peut être considérée comme rapide devant les phénomènes de transport impliqués dans le processus de régression, les caractéristiques de la couche limite turbulente gouvernent le processus de combustion. Il existe alors une interaction complexe entre la vitesse de régression et l'évolution de la géométrie de la chambre de combustion (effet qui est absent lorsque la cinétique chimique pilote la combustion) qui peut se traduire par la relation empirique [1] :

$$v_{reg} = a \frac{(\rho \cdot u)^n}{x^m} \quad (1.1)$$

dans laquelle v_{reg} représente la vitesse de régression, x la distance par rapport au début du bloc et $(\rho \cdot u)$ le flux de masse gazeux. Les paramètres a et n et m sont, quant à eux, des constantes dimensionnelles caractéristiques du couple oxydant/combustible, des conditions de fonctionnement et de la géométrie de la chambre de combustion. Généralement, les auteurs ne prennent pas en compte la variation longitudinale de la vitesse de régression, celle-ci étant difficile à obtenir expérimentalement. La loi de vitesse précédente se met alors sous la forme simplifiée suivante :

$$v_{reg} = a (\rho \cdot u)^n \quad (1.2)$$

1.1.3 Avantages et inconvénients de la propulsion hybride

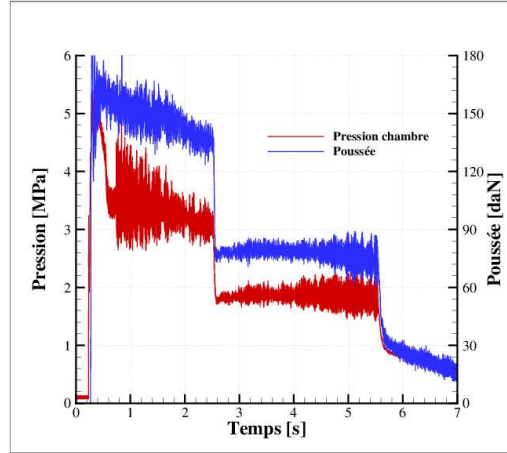
Compte tenu des caractéristiques spécifiques de l'oxydant et du combustible stockés sous deux états physiques distincts et du fonctionnement contrôlé du moteur, la propulsion hybride offre de nombreux avantages sur les systèmes liquide et solide. Ces avantages, rendant ce concept propulsif attractif pour des applications commerciales, scientifiques et militaires, sont :

- Une *sécurité accrue* : tout d'abord, la séparation des espèces oxydante et réductrice confère un niveau de sécurité élevé puisque aucune réaction n'est possible sans que les ergols soient en contact. Ensuite, les combustibles utilisés dans les moteurs hybrides ont l'avantage d'être inertes et, par conséquent, ne sont pas soumis à la législation pyrotechnique. La fabrication, le transport, le stockage ainsi que la manutention du combustible sont donc facilités. Enfin, la combustion hybride n'est que très peu sensible aux imperfections du bloc solide contrairement aux moteurs à propergol. Même si l'oxydant arrive à pénétrer dans une fissure, la réaction dans la cavité sera limitée et incapable de générer une augmentation locale de la pression conduisant à un endommagement important du bloc de combustible ;

- Une *souplesse d'exploitation* liée à une *structure de complexité intermédiaire* : l'architecture d'un propulseur hybride s'avère être plus simple que celle d'un moteur bi-liquide en raison de l'utilisation d'une unique ligne d'ergol fluide. Bien que plus complexe qu'un moteur à propergol solide, un propulseur hybride offre la possibilité d'être arrêté très facilement en fermant l'arrivée d'oxydant. De plus, en raison de la facilité de mise en œuvre de la modulation de poussée (figure 1.3), la propulsion hybride peut être envisagée pour un grand nombre d'applications telles que la correction d'orbite de satellite ou de trajectoire des missiles tactiques. Ces derniers avantages (contrôlabilité, possibilité d'extinctions et de ré-allumage) sont identiques à ceux d'un moteur liquide mais la réalisation sur un propulseur hybride est moins complexe ;



(a) Moteur hybride FUSEX équipé d'une vanne de modulation de poussée



(b) Résultat d'un tir sur banc d'essai

FIGURE 1.3 – Exemple de modulation de poussée [20]

- Une *bonne impulsion spécifique* : l'impulsion spécifique théorique dans le vide pour le couple LOx/PBHT dépasse 360 s, ce qui est largement supérieur à celle obtenue avec le meilleur propergol (environ 320 s). Comparé à la technologie liquide, cette caractéristique propulsive est très proche de celle de la combinaison liquide LOx/kérosène (figure 1.4) mais reste inférieure à celle d'un moteur cryogénique LOx/LH₂ (environ 440 s). Ces impulsions spécifiques élevées sont toutefois valables au rapport de mélange stœchiométrique, rapport difficilement conservé en raison de son évolution temporelle (*cf.* ci-dessous) ;
- Une *faible toxicité des ergols* : les ergols généralement rencontrés peuvent être considérés comme verts dans la mesure où les produits de combustion engendrés possèdent une toxicité limitée. Les produits issus de la combustion se résument souvent aux espèces CO₂, H₂O, N₂, CO et NO_x. Bien que très toxiques à forte concentration, ces deux dernières espèces ont un impact limité sur l'environnement, surtout lorsque les émissions d'un moteur hybride sont comparées à celles d'un propergol relâchant, entre autre, une grande quantité d'acide chlorhydrique et de particules d'alumine dans les couches inférieures de l'atmosphère. Toutefois, le faible impact environnement d'un moteur LOx/LH₂, relâchant uniquement de la vapeur d'eau, n'est qu'apparent puisque la vapeur d'eau émise à très haute température dégrade la couche d'ozone ;
- Un *faible coût* de fabrication : le coût total du lancement d'un moteur hybride est inférieur à celui d'un moteur liquide ou solide de part sa relative simplicité. La fabrication, le stockage, le transport et la manutention du combustible étant moins critiques, les coûts associés sont également diminués.

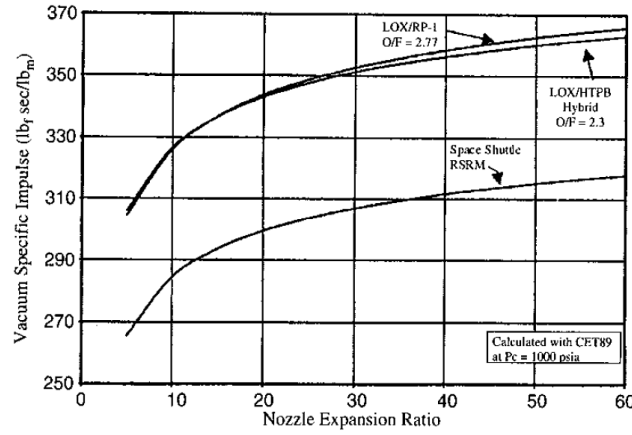


FIGURE 1.4 – Comparaison des performances propulsives entre les technologies solide, liquide et hybride [37]

Malgré ses avantages, la propulsion hybride souffre de certains points faibles faisant obstacle au développement industriel de ce mode de propulsion, tels que :

- Une *faible efficacité de combustion* : l'efficacité de la combustion est légèrement inférieure aux technologies solide et liquide à cause de la nature de la flamme de combustion. L'injection pariétale de combustible se produisant tout au long du canal, il se peut qu'une partie de chaque réactif quitte la chambre de combustion sans avoir réagi, menant ainsi à une réaction chimique incomplète ;
- Une *variation du rapport de mélange* au cours de la combustion : contrairement aux technologies liquide et solide, le rapport de mélange évolue au cours de la combustion à cause du processus de régression. Les performances d'un système propulsif hybride sont donc variables au cours du temps en l'absence de contrôle actif du le débit d'oxydant ;
- De *faibles vitesses de régression* des combustibles classiques : ces faibles vitesses de régression (de l'ordre de 1 mm.s^{-1}) induisent des niveaux de poussée relativement bas comparés aux moteurs solides. Afin d'atteindre des poussées élevées, des chargements multi-canaux (figure 1.5), augmentant la surface de combustion et par conséquent le débit-masse de combustible, peuvent être utilisés. Toutefois, cette option mène à divers problèmes tels que de la résonance acoustique entre les canaux, des résidus imbrûlés en fin de combustion, une faible densité apparente, un indice constructif élevé ...

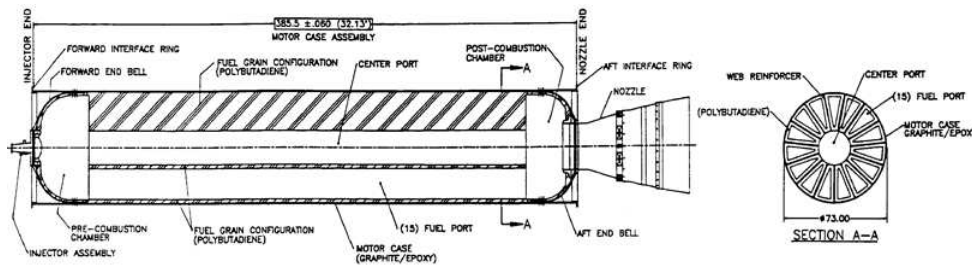


FIGURE 1.5 – Schéma du moteur hybride Amroc DM-01 [48]

Grâce à ses avantages (tableau 1.1), la propulsion hybride apparaît être un candidat prometteur pour répondre à l'augmentation des contraintes et au développement de nouvelles applications comme celles citées précédemment. Toutefois, le développement de ce mode de propulsion reste limité puisque, en raison de ses inconvénients, il ne répond pas actuellement aux besoins des industriels.

TABLEAU 1.1 – Synthèse comparative entre les systèmes propulsifs hybride, liquide et solide

Critère	Propulsion hybride	Propulsion liquide	Propulsion solide
Maturité technologique	✓✓	✓✓✓	✓✓✓
Contraintes de sécurité	✓✓	✓✓	✓
Émissions polluantes	✓✓✓	✓✓	✓
Simplicité technique	✓✓	✓	✓✓✓
Modularité	✓✓✓	✓✓	✓
Impulsion spécifique	✓✓	✓✓✓	✓
Impulsion volumique	✓✓	✓	✓✓✓
Indice constructif	✓	✓	✓✓✓
Coût d'exploitation	✓✓✓	✓	✓✓
Fiabilité	?	✓	✓✓✓

✓✓✓ très satisfaisant, ✓✓ satisfaisant, ✓ peu satisfaisant

1.1.4 Challenges techniques

L'ensemble des points faibles développés ci-dessus est à l'origine de nombreuses recherches dans le but d'augmenter la maturité technologique de ce mode de propulsion. Ces recherches portent principalement sur :

- l'augmentation de l'efficacité de combustion,
- le contrôle de la modulation de poussée,
- la suppression des instabilités de combustion,
- le développement de combustibles permettant d'atteindre de bons niveaux de poussée.

Le développement des combustibles passe par une phase de tests à échelle réduite sur banc d'essais permettant de déterminer à la fois les performances propulsives et la loi d'évolution de la vitesse de régression (équation (1.1)) du couple oxydant/combustible en fonction de différents paramètres tels que la nature et le débit d'oxydant ou la géométrie interne de la chambre de combustion. Afin de raccourcir le cycle de développement, il est intéressant de disposer de modèles numériques fiables permettant de minimiser le recours à ces campagnes d'essais très coûteuses.

1.1.5 Modèles numériques adaptés à la propulsion hybride

Pour les combustibles classiques, de nombreux modèles, se basant sur les travaux de Marxman [47, 44], sont d'ores et déjà disponibles. Ces modélisations vont d'une représentation mono-dimensionnelle de l'écoulement gazeux [68] à une simulation tridimensionnelle et temporelle de la géométrie interne du moteur hybride [61], le degré de complexité de la modélisation dépendant de l'application recherchée. Ainsi, les codes mono-dimensionnels sont privilégiés lors des phases préliminaires de conception puisqu'ils permettent de réaliser de nombreux calculs en un temps relativement réduit. Les simulations Navier-Stokes complètes, donnant accès à de nombreux détails mais très coûteuses en temps de calcul, sont, quant à elles, généralement utilisées pour les phases d'optimisation et de compréhension détaillée des phénomènes physiques.

En ce qui concerne les combustibles liquéfiables, le nombre de modèles existant est beaucoup plus restreint en raison de leur récente découverte et de la complexité des phénomènes physiques rencontrés lors de la dégradation du combustible solide. Les modèles développés jusqu'à maintenant, qualifiés de 0D comme celui de Karabeyoglu *et al.* [26] ou de Pelletier [55], fournissent numériquement une loi d'évolution de la vitesse de régression. Toutefois, ils ne permettent pas le dimensionnement des moteurs puisqu'ils ne rendent pas compte de la géométrie et de l'évolution des grandeurs thermodynamiques dans la chambre de combustion.

1.2 Objectifs de la thèse

Cette thèse s’inscrit dans le cadre de la modélisation des phénomènes physiques intervenant dans le processus de régression des combustibles liquéfiables. L’objectif est de développer un outil numérique innovant permettant de dimensionner un moteur hybride en prévoyant l’évolution de la vitesse de régression de ces combustibles. Ces travaux se situent donc dans la continuité des recherches conduites à l’ONERA par Pelletier dans le cadre de sa thèse [55]. Pour répondre à cette problématique, deux étapes, détaillées à la fin de l’état de l’art (chapitre 2), sont proposées :

1. le développement d’un modèle mono-dimensionnel permettant de prévoir l’évolution de la vitesse de régression des combustibles liquéfiables en fonction des propriétés thermodynamiques de l’écoulement et des propriétés thermophysiques du couple oxydant/combustible choisi,
2. la validation de cet outil grâce à des essais réalisés sur des bancs d’essais dédiés à cette application.

Cette thèse s’est déroulée dans le cadre d’une convention entre l’ONERA et le CNES.

1.3 Plan du mémoire

La présentation de ce travail de thèse est organisée en quatre parties. La première constitue un état de l’art des travaux théoriques, numériques et expérimentaux réalisés pour les applications en propulsion hybride, que ce soit avec des combustibles classiques ou liquéfiables (chapitre 2). Une section de ce chapitre est également consacrée à la description du processus d’atomisation et de sa quantification par l’intermédiaire de relations empiriques.

Le seconde partie de ce mémoire présente la modélisation de la régression des combustibles liquéfiables. Les phénomènes physiques mis en jeu dans le processus de dégradation étant complexes, cette modélisation passe par une étape intermédiaire, représentant un écoulement plan en l’absence de combustion (chapitre 3), avant d’aborder le cas axisymétrique et réactif (chapitre 4), cas représentatif de l’écoulement dans un moteur hybride. Ce choix permet alors de séparer les effets thermiques et dynamiques des effets chimiques. Cette partie se termine par une description de la conception du code HYDRES, outil numérique développé spécialement pour la résolution de ces deux modèles de dégradation (chapitre 5).

Ce mémoire se poursuit par une partie expérimentale permettant de valider à la fois les modèles de régression et l’architecture du code HYDRES par l’intermédiaire des bancs HYCARRE et HYCOM. Le premier permet de caractériser expérimentalement la vitesse de régression d’un combustible soumis à un écoulement plan et non réactif (chapitre 6). Le second moyen d’essais est un moteur hybride à échelle réduite conçu et instrumenté pour permettre une validation complète du modèle de régression développé dans le cas d’un écoulement axisymétrique et réactif (chapitre 7).

La dernière partie de ce mémoire de thèse propose une exploitation du code HYDRES permettant de montrer l’influence de paramètres particuliers sur la loi de vitesse du couple oxydant/paraffine choisi et de revenir sur l’accroissement de la vitesse de régression des combustibles liquéfiables par rapport aux combustibles classiques (chapitre 8).

Les conclusions et quelques perspectives clôturent ce mémoire (chapitre 9).

Chapitre 2

État de l'art

Sommaire

2.1	Modélisation des combustibles classiques	11
2.1.1	Modèle de régression développé par Marxman	11
2.1.2	Synthèse des modèles numériques	13
2.1.3	Code monodimensionnel DEPHY	14
2.2	Augmentation de la vitesse de régression	17
2.2.1	Amélioration des transferts convectifs	17
2.2.2	Combustibles énergétiques	20
2.2.3	Exploitation d'un nouveau mode de régression	21
2.3	Modélisation des combustibles liquéfiables	22
2.3.1	Atomisation d'un film liquide	23
2.3.2	Synthèse des travaux numériques	30
2.3.3	Modèle 0D de Pelletier	31
2.4	Travaux expérimentaux	32
2.4.1	Moyens de mesure de la régression de surface	33
2.4.2	Bancs d'essais utilisés avec des combustibles liquéfiables	35
2.5	Objectifs précis de la présente thèse	37

2.1 Modélisation des combustibles classiques

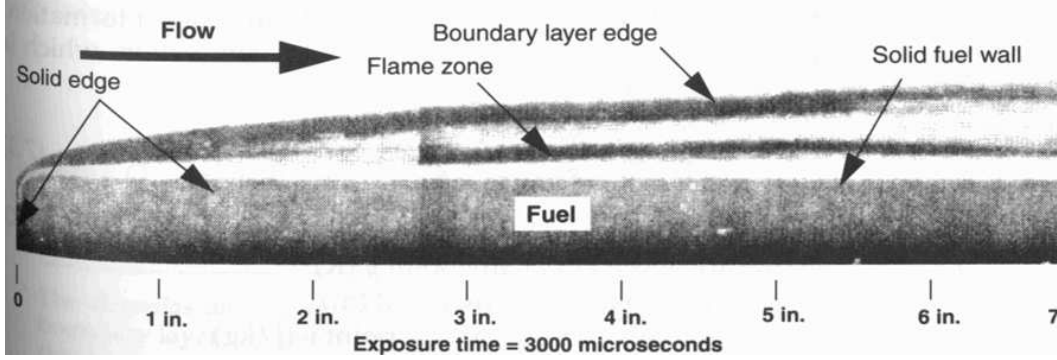
La conception d'un moteur hybride nécessite la compréhension des phénomènes physiques qui contrôlent l'écoulement gazeux et les processus de combustion et de dégradation du combustible. La connaissance de la vitesse de régression du bloc solide et de son évolution en fonction des conditions opératoires est d'une première importance dans le développement du propulseur puisqu'elle détermine la géométrie interne de la chambre de combustion (dimensions, nombre et géométrie des canaux, ...). Par conséquent, les approches empiriques basées sur une loi de vitesse générale donnée par l'équation (1.1) ne peuvent être considérées comme satisfaisantes dans la mesure où elles dépendent des conditions de fonctionnement et des dimensions du bloc de combustible. Dès les travaux de Marxman, une approche descriptive de la combustion hybride a alors été entreprise afin d'obtenir une expression théorique de la vitesse de régression.

2.1.1 Modèle de régression développé par Marxman

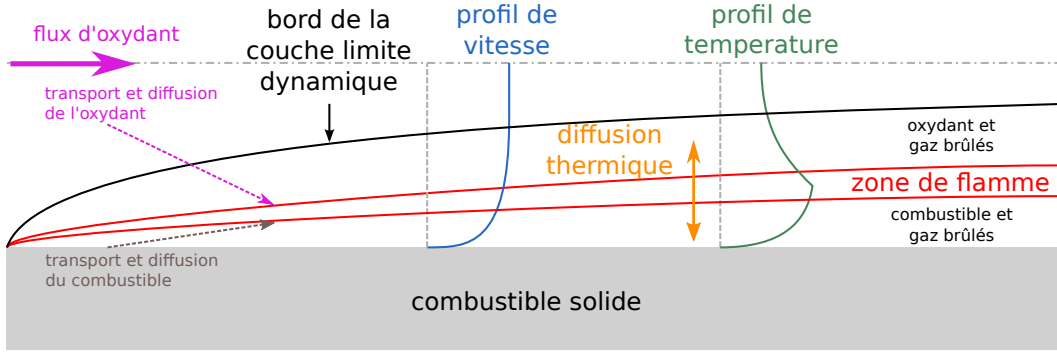
Le phénomène de combustion hybride proposé par Marxman au début des années 1960 [45, 47] (figure 2.1b) est semblable à celui d'une flamme de diffusion turbulente pour laquelle la zone de

flamme est établie à l'intérieur de la couche limite (figure 2.1a). Ce processus est traité, dans une première approximation, par un modèle idéal qui considère la flamme de diffusion comme une discontinuité de gradients de température et de composition. Par cet intermédiaire, Marxman prend en considération la complexité des mécanismes de la combustion hybride provenant du couplage entre :

- les transferts de masse des espèces chimiques non-prémélangées,
- les mécanismes de dégradation de la phase condensée,
- les transferts d'énergie en phase gazeuse,
- les mécanismes de combustion en phase gazeuse.



(a) Observation par strioscopie de la structure réactive d'une combustion hybride [49]



(b) Structure détaillée d'une combustion hybride [1]

FIGURE 2.1 – Phénomènes physiques présents lors d'une combustion hybride

Sur la base de constatations empiriques, Marxman postule que la vitesse de régression du combustible est proportionnelle au flux thermique pariétal :

$$\rho_s v_{reg} = \frac{\varphi_{th,p}}{\Delta H} \quad (2.1)$$

avec φ_p le flux thermique pariétal provenant de la flamme et ΔH la chaleur effective de gazéification du solide, c'est-à-dire l'énergie totale requise pour sublimer le combustible solide initialement à la température ambiante du bloc. Elle prend en compte la chaleur sensible nécessaire pour élever le solide de sa température ambiante à la température de sublimation de sa surface, l'énergie nécessaire à la dépolymérisation du combustible et la chaleur latente de sublimation du monomère.

En explicitant l'ensemble de ces termes, Marxman a déterminé la loi de vitesse théorique suivante :

$$v_{reg} = \frac{B}{\rho_s} \frac{C_{f0}}{2} \frac{St}{St_0} (\rho \cdot u)_{ox} + \frac{\sigma \epsilon_p (\epsilon_g T_{fl}^4 - T_p^4)}{\Delta H} \quad (2.2)$$

avec B le nombre de Spalding, $\frac{C_{f0}}{2}$ le coefficient de frottement pariétal en l'absence de soufflage et $\frac{S_t}{S_{t0}}$ le rapport de blocage.

Le nombre de Spalding compare la quantité de mouvement de l'écoulement transversal généré par le soufflage pariétal à la quantité de mouvement de l'écoulement principal :

$$B = \frac{\rho_s v_{reg}}{\frac{1}{2} C_f \rho_e u_e} \quad (2.3)$$

Marxman propose alors, En utilisant un bilan d'énergie à la surface solide-gaz, une définition énergétique de ce terme ayant pour expression :

$$B = \frac{\eta_{t,fl} - \eta_{t,p}}{\Delta H} \frac{u_\infty}{u_{fl}} \quad (2.4)$$

avec $\eta_{t,fl} - \eta_{t,p}$ la différence d'enthalpie entre la flamme et la paroi.

Dans l'équation (2.2), le second terme de droite correspond à l'apport du flux radiatif sur la vitesse de régression. Pour des combustibles très réceptifs au rayonnement, sa contribution est généralement d'environ 10 % de la vitesse de régression totale.

Bien que ce modèle, relativement simpliste, ne prenne pas en compte l'ensemble des phénomènes physiques liés au processus de régression, il reste à la base de nombreux développements réalisés de nos jours dans des codes de calcul numérique.

2.1.2 Synthèse des modèles numériques

Les modèles numériques les plus simples se basent sur la théorie développée par Marxman reliant la vitesse de régression au flux de chaleur pariétal. Ces études conduisent à exprimer la vitesse de régression de façon analogue à la formulation empirique donnée par l'équation (1.1). Cependant, de telles lois, trop simplistes, ne prennent pas en compte l'ensemble des conditions opératoires et géométriques. De nouveaux modèles, basés sur le traitement de la pyrolyse par une loi d'Arrhénius ont alors été développés avec différents niveaux de complexité.

Pour citer quelques exemples, un modèle monodimensionnel, basé sur un couplage entre les transferts de masse et d'énergie (base de la théorie de Marxman), a été développé par Simon [68]. Bien que ce code, dénommé DEPHY (*DÉveloppement de Propulseurs HYbrides*) et présenté plus en détail ci-dessous (cf. section 2.1.3), permette de réaliser un grand nombre de calculs pour un coût temporel très réduit, il ne tient pas compte de la complexité des interactions entre les différents phénomènes physiques, de la cinétique chimique ou de la nature de l'écoulement gazeux (zone de recirculation, non uniformité de l'écoulement en entrée du canal, ...).

Cheng *et al.* [9] ont développé un modèle Navier-Stokes tridimensionnel simulant l'écoulement gazeux à l'intérieur d'un moteur hybride. Les simulations numériques ont été réalisées avec un modèle de fermeture $k - \epsilon$ pour la turbulence et une chimie à taux de réaction fini. La pyrolyse du combustible solide a cependant été modélisée par une corrélation empirique.

Des simulations Navier-Stokes bidimensionnelles avec un modèle de turbulence de type RANS, ont été réalisées par Sankaran et Merkle [62] et par Serin et Gogus [67]. Les transferts de masse et d'énergie à l'interface solide-gaz, pilotant la pyrolyse du combustible, ont été pris en compte par l'intermédiaire d'une loi d'Arrhénius de la forme :

$$v_{reg} = A \exp \left(\frac{-E_a}{RT_p} \right) \quad (2.5)$$

avec A le facteur pré-exponentiel et E_a l'énergie d'activation.

Des contributions importantes ont également été apportées par Sankaran [61] et par Gariani *et al.* [15]. Ces auteurs ont développé des solveurs temporels pour les équations de Navier-Stokes incluant la dégradation du combustible, un modèle de turbulence, une chimie à taux de réaction fini et des transferts radiatifs.

2.1.3 Code monodimensionnel Dephy

L'objectif du code DEPHY, issu des travaux de Simon [68], est de fournir une estimation rapide du dimensionnement d'un propulseur hybride dont la chambre de combustion est constituée d'un combustible classique. Il donne ainsi accès à la vitesse de régression, aux propriétés moyennes de l'écoulement et aux performances propulsives. La partie essentielle du calcul est le traitement de l'écoulement à l'intérieur du canal par une méthode intégrale. Ce calcul fournit la vitesse de régression de la paroi qui est ensuite utilisée pour actualiser la géométrie du canal à chaque pas de temps.

2.1.3.1 Description du modèle

Dans le code DEPHY, l'écoulement gazeux est déterminé à partir d'une méthode intégrale. Les équations de Navier-Stokes sont intégrées sur la hauteur de l'écoulement non visqueux, zone extérieure à la couche limite. Cette démarche permet ainsi d'obtenir une évolution monodimensionnelle de l'écoulement gazeux. Pour une géométrie (longueur et rayon interne du canal) et des conditions d'injection données, le calcul de l'écoulement fournit des conditions thermochimiques moyennes qui ne correspondent pas nécessairement à l'équilibre thermodynamique des espèces. Une méthode de tir basée sur la pression d'injection permet alors d'obtenir un écoulement satisfaisant à cette condition d'équilibre.

La résolution du système formé par l'intégration des équations de Navier-Stokes ne peut cependant se faire qu'à l'aide de modèles de fermeture qui concernent entre autre :

- un modèle de pyrolyse du combustible solide,
- un modèle de frottement,
- la résolution de l'écoulement dans la couche limite.

La combustion est, quant à elle, prise en compte par le modèle de cinétique chimique infiniment rapide de Schvab-Zel'dovich dans lequel le front de flamme est supposé infiniment mince. La réaction ne se produit alors qu'à la stœchiométrie. Ce modèle permet d'obtenir rapidement la position du front de flamme, la température de flamme étant fournie par un code d'équilibre thermochimique (CEA, CPROPEP ou COPPELIA par exemple) ou par un calcul direct de température adiabatique de flamme.

Modèle de pyrolyse

La réaction de pyrolyse du combustible solide est prise en compte par l'intermédiaire de la relation proposée par Lengellé *et al.* [41] :

$$v_{reg} = \left(\frac{A \exp(-\xi)}{\xi} \lambda_s F \right)^{1/2} \quad (2.6)$$

dans laquelle A correspond au facteur pré-exponentiel, $\xi = \frac{E_a}{RT_p}$, E_a est l'énergie d'activation et F est un terme dépendant des propriétés du combustible :

$$-\frac{1}{F} = 0.01 \left(1 - \frac{T_e}{T_p} + \frac{\eta_{deg}}{c_{p,s} T_p} \right) - \frac{\eta_{deg}}{c_{p,s} T_p} \quad (2.7)$$

avec η_{deg} l'énergie de dégradation du combustible.

Ce modèle, appelé modèle de pyrolyse linéaire, montre une dépendance entre la vitesse de régression et la température de surface T_p qui est très représentative des mesures expérimentales réalisées par les auteurs.

Modèle de frottement

Les équations de Navier-Stokes n'étant pas résolues dans la couche limite, son développement doit être pris en compte par l'intermédiaire d'un modèle de frottement. Toutefois, l'injection pariétale, due à la régression du combustible solide, modifie l'évolution longitudinale de la couche limite. Le modèle de frottement doit donc prendre en compte cette évolution.

Le code DEPHY considère cet effet par l'intermédiaire du rapport de blocage $\frac{St}{St_0}$, celui-ci étant relié au coefficient de frottement par la relation :

$$\frac{1}{2}C_f = \frac{1}{2}C_{f_0} \frac{St}{St_0} \quad (2.8)$$

Dans cette équation, C_{f_0} représente le coefficient de frottement en l'absence d'injection pariétale et est exprimé par :

$$\frac{1}{2}C_{f_0} = \alpha \left(\frac{\rho_e u_e \theta}{\mu} \right)^{-\beta} \quad (2.9)$$

avec $\alpha = 0.013$ et $\beta = 0.25$ comme le propose Schlichting [66].

Le rapport de blocage est modélisé par la relation proposée par Godon [18] dépendant uniquement du nombre de Spalding B :

$$\frac{St}{St_0} = \left[1 + \frac{1}{2} (1 - \exp(-0.05B)) \right] \frac{\log(1+B)}{B} \quad (2.10)$$

Dans cette relation, Godon a utilisé l'expression énergétique du nombre de Spalding définie par Marxman (équation (2.4)).

Résolution de l'écoulement dans la couche limite

Dans ce modèle, les équations de Navier-Stokes sont résolues seulement dans la zone de fluide parfait. Pour déterminer les grandeurs thermodynamiques de l'écoulement dans la couche limite d'épaisseur δ , l'analogie de Reynolds est utilisée. Sous réserve de nombres de Prandtl et de Lewis unitaires et d'un gradient longitudinal de pression nul, les profils des grandeurs conservatives dans l'écoulement sont homothétiques. Mathématiquement, cette analogie se traduit par :

$$\frac{u}{u_e} = \frac{\eta - \eta_p}{\eta_e - \eta_p} = \frac{Y^i - Y_p^i}{Y_e^i - Y_p^i} \quad (2.11)$$

Cette analogie n'est rigoureusement valable que pour des écoulements non confinés ($\frac{dP_g}{dx} = 0$ et $Pr = Le = 1$). Pour qu'elle soit utilisable dans le code DEPHY, il est supposé que les deux nombres adimensionnels précédents sont voisins de l'unité et le gradient longitudinal de pression est négligeable. La connaissance d'un de ces profils permet alors de déterminer les évolutions transversales des grandeurs thermodynamiques de l'écoulement.

L'injection pariétale favorisant la transition laminaire-turbulent, l'écoulement gazeux est considéré comme pleinement turbulent dans la chambre de combustion. Le profil "universel" de vitesse suivant est alors utilisé afin de résoudre l'analogie de Reynolds :

$$\frac{u}{u_e} = \begin{cases} \left(\frac{y - y_p}{\delta} \right)^n & \text{si } y_p \leq y \leq y_p + \delta \\ 1 & \text{si } y_p + \delta \leq y \end{cases} \quad (2.12)$$

Pour les nombres de Reynolds généralement rencontrés dans les moteurs hybrides, $n = 1/7$.

2.1.3.2 Architecture du code

La boucle principale du code, dont l'architecture simplifiée est fournie à la figure 2.2, est dédiée à l'intégration spatio-temporelle du modèle de combustion jusqu'à l'atteinte de la durée de la mission. Préalablement, le code est initialisé à l'aide d'un fichier contenant :

- les constantes physiques,
- le couple oxydant/combustible ainsi que leurs propriétés thermophysiques,
- la géométrie de la chambre de combustion et de la tuyère,
- les conditions initiales en amont de la chambre de combustion (débit, pression et température en fonction du temps),
- les propriétés de la réaction de combustion établies à l'aide d'un code d'équilibre thermochimique (température de flamme, masse molaire du mélange et rapport des chaleurs spécifiques en fonction du rapport de mélange et de la pression),
- les modèles à activer (lois de pyrolyse, de rayonnement).

Dès lors, l'algorithme procède au calcul de la vitesse d'ablation instantanée. Pour cela, le code réalise, grâce à une méthode d'Euler, le calcul longitudinal de l'écoulement gazeux dans la chambre de combustion, la température de flamme étant obtenue par un code d'équilibre thermodynamique. Une fois cette phase terminée, la vitesse de régression est déterminée dans chaque cellule. La géométrie interne est ensuite mise à jour en considérant une vitesse de régression moyennée sur la longueur du bloc de combustible afin de garder un profil de chambre de combustion cylindrique.

À chaque pas de temps, les performances propulsives telles que la poussée ou l'impulsion spécifique peuvent être calculées. Ces grandeurs sont considérées comme théoriques dans la mesure où ni le rendement de combustion, ni le rendement de détente ne sont pris en compte dans leur calcul.

Une fois la durée de la mission atteinte, le code débute, si besoin, une phase d'optimisation selon des contraintes propulsive, d'encombrement, ...

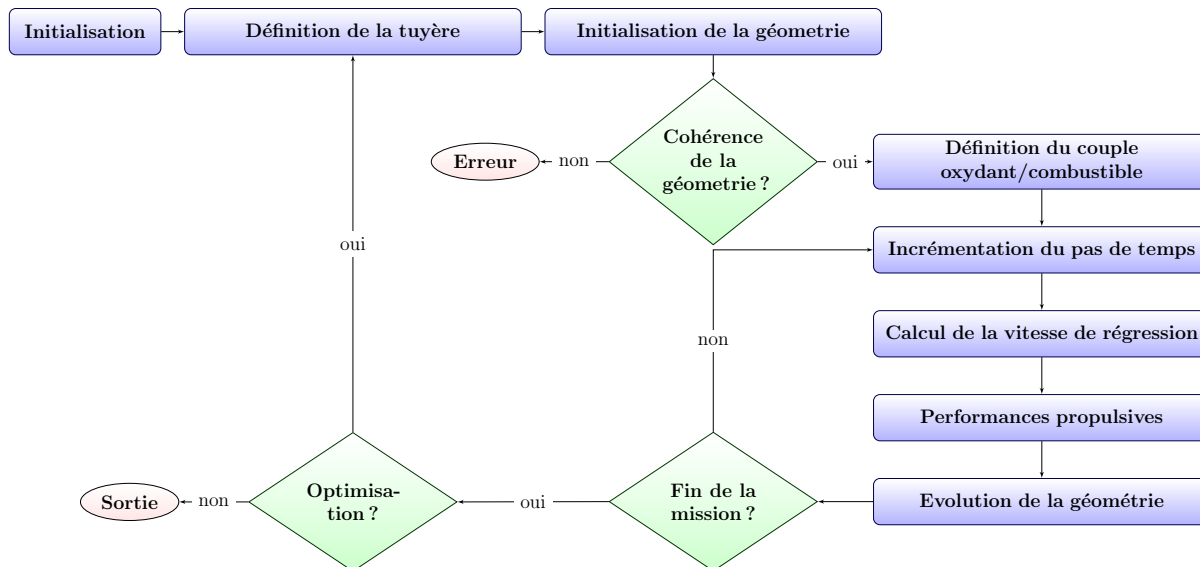
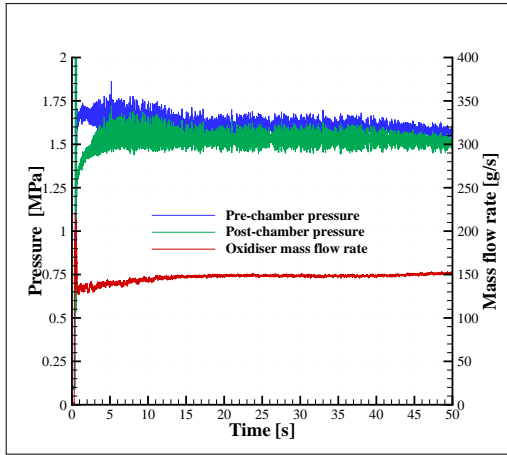


FIGURE 2.2 – Architecture simplifiée du code DEPHY

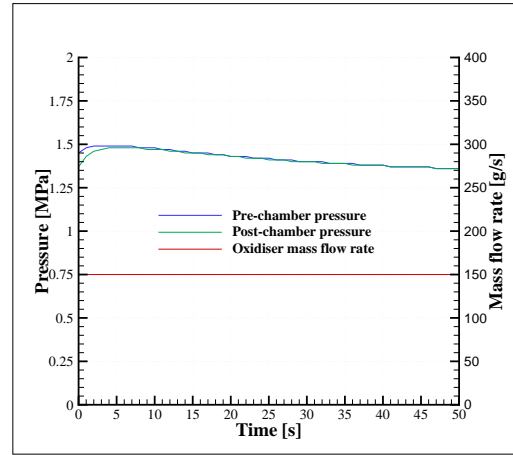
2.1.3.3 Exemple de résultat

Le code DEPHY a été utilisé pour restituer un essai réalisé par l'ONERA avec le couple $\text{H}_2\text{O}_2/\text{PE}$ sur une durée de 50 s. Comme le montre la figure 2.3, les résultats expérimentaux sont

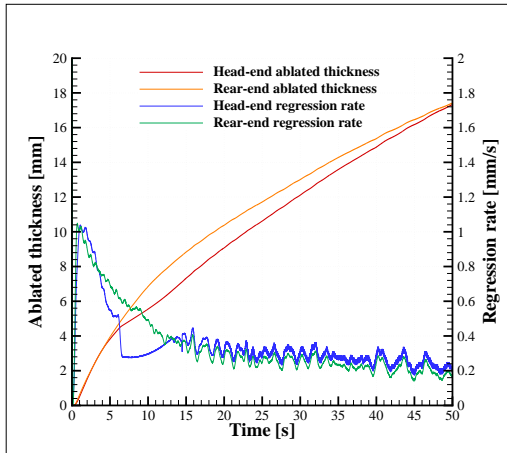
relativement bien représentés par la simulation numérique. Ce code permet également d'obtenir des cartographies de l'écoulement gazeux en terme de température, vitesse, fractions massiques comme présentées dans l'article de Prévost et Guillement [58].



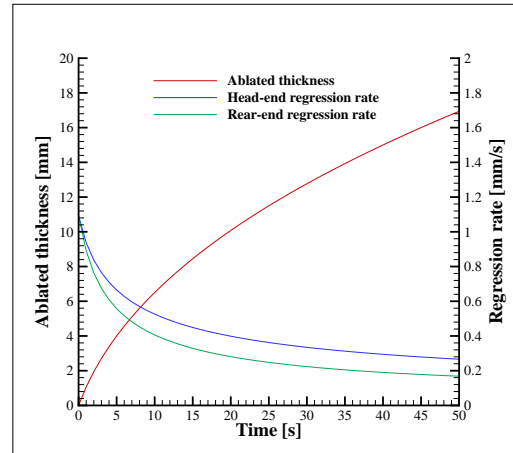
(a) Pressions chambre et débit expérimentaux



(b) Pressions chambre et débit d'oxydant issus du calcul numérique



(c) Vitesses de régression expérimentales



(d) Vitesses de régression issues du calcul numérique

FIGURE 2.3 – Restitution d'un essai par le code DEPHY [43]

2.2 Augmentation de la vitesse de régression

L'un des inconvénients majeurs limitant le développement industriel de la propulsion hybride réside dans les faibles vitesses de régression rencontrées sur les combustibles classiques. Il s'agit donc d'un domaine de recherche privilégié dans lequel de nombreuses voies sont étudiées.

2.2.1 Amélioration des transferts convectifs

Carmicino et Russo Sorge [6] se sont intéressés aux effets de l'injection d'oxydant sur les transferts convectifs en réalisant des campagnes d'essais avec deux injecteurs différents : un radial et un axial. Ils ont mis en évidence l'augmentation de la vitesse moyenne de régression et une plus faible dépendance du flux massique sur cette grandeur lors de l'utilisation de l'injecteur

axial (figure 2.4). Selon les auteurs, le fait que cet injecteur procure une vitesse de régression supérieure est attribuable à la meilleure uniformité du champ de vitesse dans la chambre de combustion. Bien que cette étude ait été la première à s'intéresser à l'effet du champ de vitesse issu de l'injecteur, il n'est pas possible d'en tirer de conclusion précise en raison de la faible gamme de flux massique couverte. La tendance des lois de vitesse devrait s'inverser autour d'une valeur de flux massique d'oxydant d'environ $400 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$, valeur couramment rencontrée lors d'essais en configuration réelle. L'effet du swirl induit par l'injection radiale deviendrait important au dessus d'une certaine valeur du flux massique de l'écoulement gazeux.

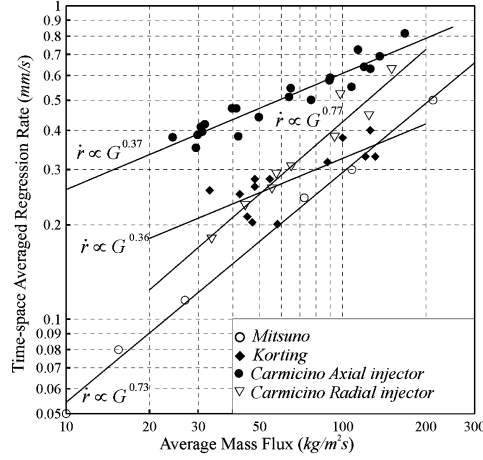


FIGURE 2.4 – Comparaison des lois de vitesse obtenues par Carmicino et Russo Sorge avec les injecteurs axial et radial [6]

L'équipe de Nagata *et al.* [51] a travaillé sur le développement du moteur CAMUI (*Cascaded Multistage Impinging-jet*) (figure 2.5). La conception de ce banc d'essais repose sur une géométrie de chambre de combustion en plusieurs parties, chacune d'elles étant séparée par des entretoises afin d'augmenter le temps de séjour de l'oxydant. Pour accroître encore plus cet effet, les segments possédant chacun deux canaux sont soumis à un décalage angulaire important permettant un changement brutal de direction des lignes de courant de l'écoulement gazeux. La régression du bloc du combustible se déroule alors à la fois dans les canaux et sur les faces avant et arrière de chaque segment.

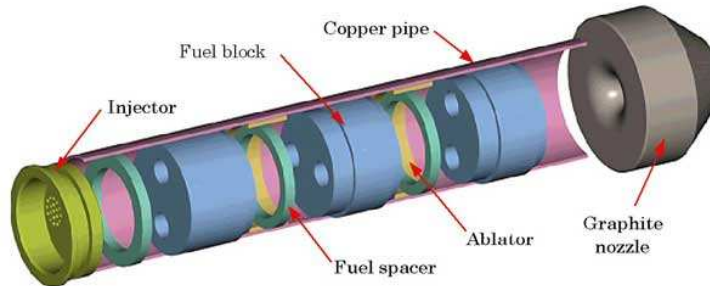
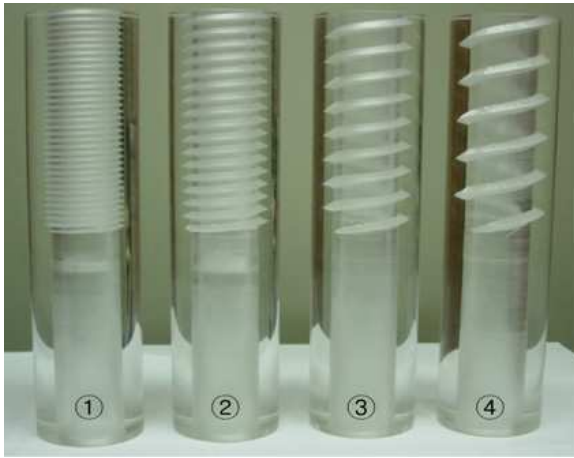


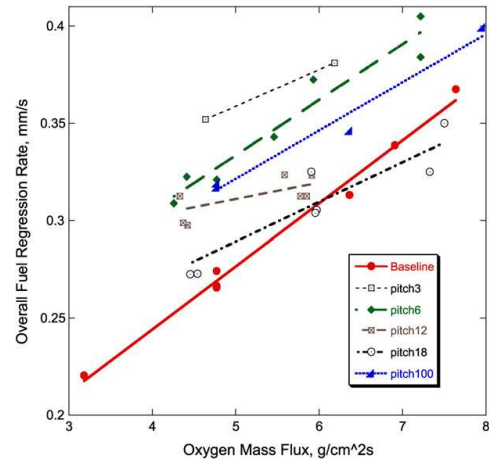
FIGURE 2.5 – Représentation du moteur CAMUI

Lee *et al.* [40] ont travaillé sur l'accroissement de la vitesse de régression par effet combiné d'un injecteur à swirl (méthode active) et d'une géométrie hélicoïdale pour la chambre de combustion (méthode passive) (figure 2.6a). Cette étude avait pour objectif de générer un écoulement en hélice permettant d'atteindre des niveaux de turbulence importants d'une part et, d'autre part, d'accroître le temps de séjour de l'oxydant dans la chambre de combustion. Les auteurs ont

montré que la présence de l'injecteur swirl n'est pas indispensable en raison de la rapide mise en rotation de l'écoulement dans la chambre de combustion. Suivant le pas de l'hélice (*pitch*), une multiplication des vitesses de régression par un facteur deux a été mise en évidence (figure 2.6b). Toutefois, la présence de sillons à l'intérieur du bloc de combustible engendre des résidus imbrûlés importants en fin de combustion, dégradant ainsi les performances propulsives. De plus, les essais n'ont été réalisés qu'avec de très faibles valeurs du flux massique d'oxydant (inférieures à $100 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$). L'effet du swirl induit sur l'augmentation de la vitesse de régression pour les quantités de mouvement généralement rencontrées dans les moteurs hybrides reste donc encore à démontrer.



(a) Blocs hélicoïdaux en PMMA



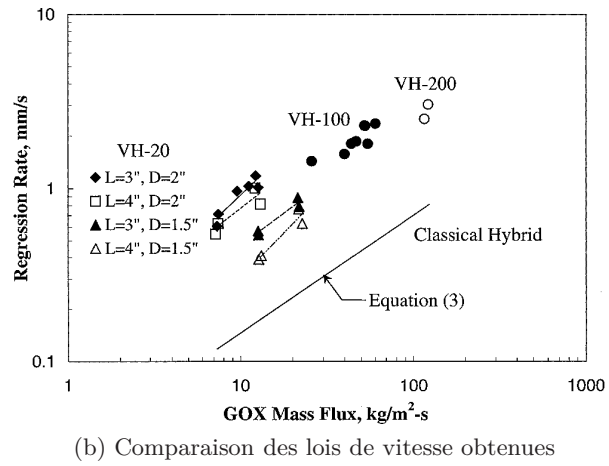
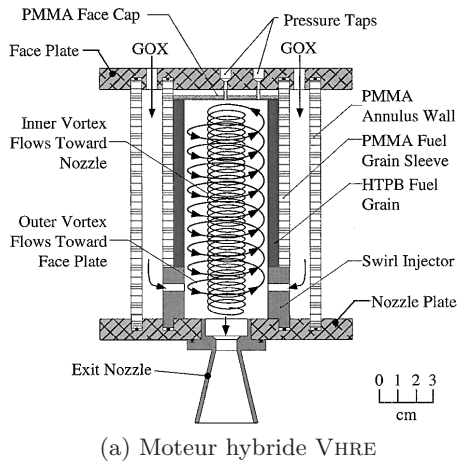
(b) Comparaison des lois de vitesse obtenues

Le pas de l'hélice est de 3 mm pour le bloc ①, 6 mm pour le bloc ②, 12 mm pour le bloc ③ et 18 mm pour le bloc ④.

FIGURE 2.6 – Voie d'accroissement de la vitesse de régression proposée par Lee *et al.* [40]

Dans la même optique, Knuth *et al.* [33, 32, 31] ont développé un moteur à vortex, le VHRE (*Vortex Hybrid Rocket Engine*) (figure 2.7a). Contrairement aux configurations classiques, l'oxydant gazeux est injecté tangentiellement à la sortie de la chambre de combustion. Cette injection génère alors un écoulement en vortex remontant le long de la chambre de combustion puis redescendant à contre-courant en son cœur. De nombreux essais réalisés avec les couples GO_x/PBHT et GO_x/PMMA ont montré une amélioration de la vitesse de régression d'un facteur pouvant aller jusqu'à sept suivant la configuration (figure 2.7b). Les auteurs précisent également que le rendement de combustion est très élevé, ce qui semble indiquer une augmentation du temps de séjour des réactifs gazeux dans la chambre de combustion afin de permettre une combustion presque complète. Bien que ce principe semble très prometteur, son gain lors de l'utilisation d'oxydants liquides pourrait être très limité. En effet, l'injection de ces derniers pourrait créer du ruissellement sur la paroi du combustible solide. Le flux thermique provenant de la combustion ne servirait plus seulement à la dégradation du combustible solide mais également à l'évaporation du film d'oxydant. La vitesse de régression s'en verrait alors réduite.

Les solutions vues jusqu'à présent impliquent seulement des modifications structurales du moteur hybride puisqu'elles n'agissent pas sur la physique menant à la dégradation du combustible. Les principaux travaux concernant la recherche de combustibles plus énergétiques vont être présentés ci-dessous.



Les essais VH – 20, VH – 100 et VH – 200 correspondent à l'utilisation de moteurs dont les poussées nominales sont de 100 N, 500 N et 1 kN.

FIGURE 2.7 – Moteur à vortex développé par Knuth *et al.* [31]

2.2.2 Combustibles énergétiques

Pour augmenter les taux de régression, une solution utilisée depuis de nombreuses années en propulsion solide consiste à incorporer des particules métalliques micrométriques dans le combustible solide. Cette adjonction permet à la fois d'élever la température de combustion fournissant un flux pariétal supérieur, d'augmenter les transferts radiatifs et d'accroître le rendement de combustion.

Evans *et al.* [13] et Risha *et al.* [59] ont utilisé des particules métalliques "simples" comme l'aluminium ou le tungstène. Les résultats expérimentaux montrent une augmentation de la vitesse de régression pouvant aller jusqu'à 50% comparée aux valeurs rencontrées avec du PBHT pur (figure 2.8) puisque ces particules induisent une augmentation du flux radiatif dans la chambre de combustion. L'ajout de telles particules s'avère être très bénéfique pour une utilisation sur des moteurs de volume réduit grâce à leur forte densité, leur faible température d'oxydation et leur haute énergie d'oxydation. Toutefois, les auteurs ne donnent aucune information quant à la possibilité d'une dépendance de la vitesse de régression vis-à-vis de la pression au sein de la chambre de combustion.

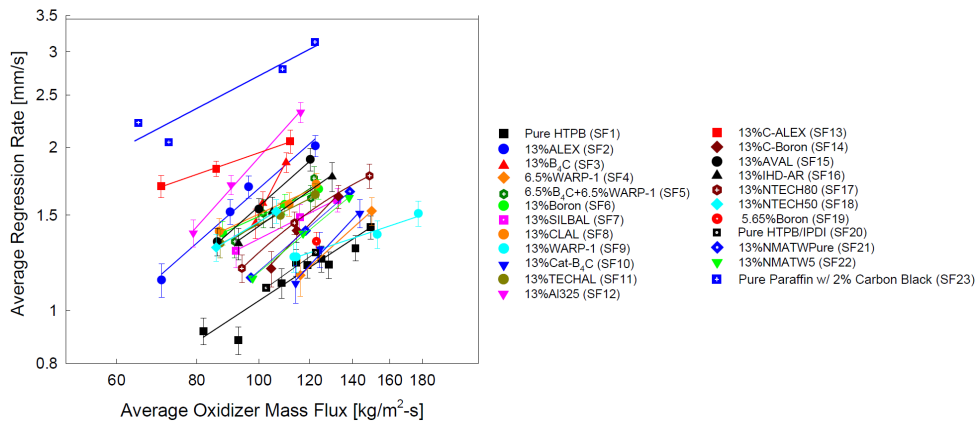


FIGURE 2.8 – Influence de l'ajout de particules métalliques sur la vitesse de régression d'un combustible classique[13]

De Luca *et al.* ont travaillé expérimentalement [4] et théoriquement [42] sur l'ajout de particules d'hydrures métalliques dans les combustibles solides. La meilleure configuration testée sur leur banc d'essais a permis une augmentation d'un facteur 2.5 sur la vitesse de régression comparé à du PBHT pur (figure 2.9).

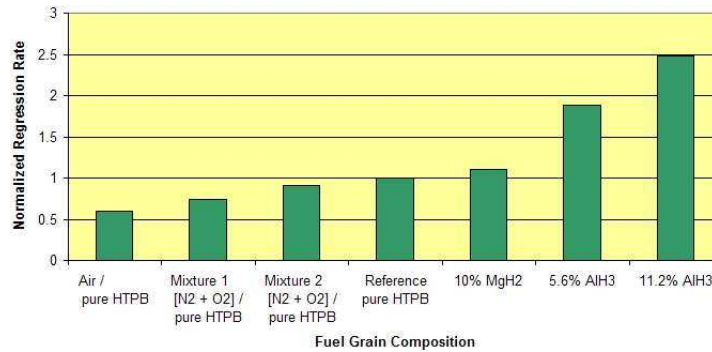


FIGURE 2.9 – Influence de l'ajout de particules d'hydrures métalliques sur la vitesse de régression d'un combustible classique [4]

L'incorporation d'additifs métalliques reste cependant délicate en raison de la forte toxicité des poudres utilisées et de l'inhomogénéité souvent rencontrée lors de la fabrication des échantillons [13]. De plus, les poudres les plus performantes (hydrures d'aluminium) sont généralement disponibles en très faible quantité, limitant ainsi la fabrication industrielle de ces combustibles énergétiques. Enfin, ces additifs peuvent poser des problèmes d'érosion du col de la tuyère ou d'intégrité du moteur en raison des fortes températures de flamme rencontrées.

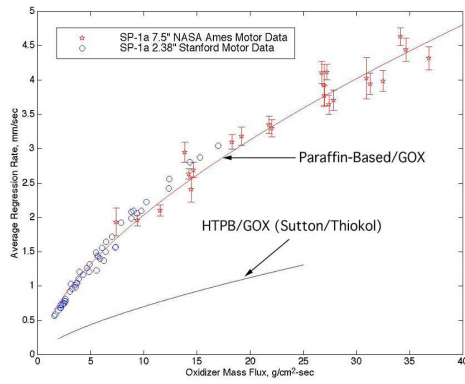
Des compositions utilisant du perchlorate d'ammonium ont également été testées [17] et montrent un accroissement important de la vitesse de régression. Toutefois, l'utilisation de tels additifs limite ou annule des avantages propres à la propulsion hybride. Le combustible comportant du perchlorate d'ammonium, espèce oxydante, doit alors être considéré comme un semi-propulgeol perdant ainsi ses propriétés de sécurité. Suivant le taux de chargement en oxydant, le propulseur perd également son caractère extinguable.

Bien que d'importants progrès aient été réalisés ces dernières années sur les formulations énergétiques, de nombreuses questions restent encore en suspens. Des travaux complémentaires doivent encore être réalisés afin de permettre un développement à plus grande échelle de ce procédé.

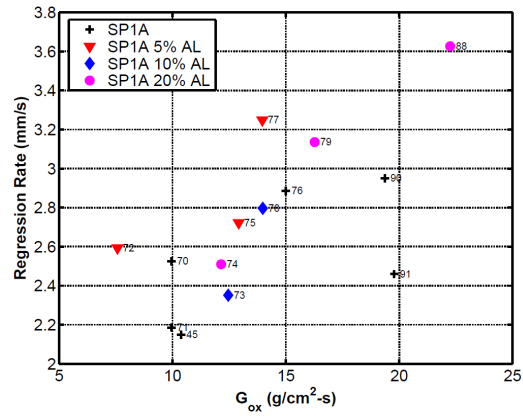
2.2.3 Exploitation d'un nouveau mode de régression

Parallèlement à l'ensemble de ces travaux, des laboratoires se sont intéressés à la recherche de combustibles liquéfiables, c'est-à-dire des combustibles passant par une phase liquide avant de se transformer en gaz. Grâce à leur fort caractère liquéfiable (température de fusion inférieure à 100°C), les paraffines se sont montrées comme le candidat idéal. Les premiers travaux expérimentaux [29] ont montré des vitesses de régression entre trois et quatre fois supérieures à celles rencontrées jusqu'alors (figure 2.10a). Dès lors, de nombreux laboratoires, tels que l'ONERA [3] ou TECHNION [72], se sont intéressés à cette famille de combustibles présentant un nouveau mode de régression. Des auteurs comme Doran *et al.* [12] ont même réalisé des campagnes d'essais avec des chargements de paraffine aluminisés (figure 2.10b). Ils ont ainsi montré une augmentation sensible de la vitesse de régression sans toutefois s'intéresser aux effets de pression.

L'inconvénient des combustibles à base de paraffine réside dans leurs faibles propriétés mécaniques. Afin de résoudre ce problème, Lavarez et Gany [39] ont ajouté du PBHT dans une



(a) Comparaison des vitesses de régression entre les combustibles classique et liquéfiable [29]

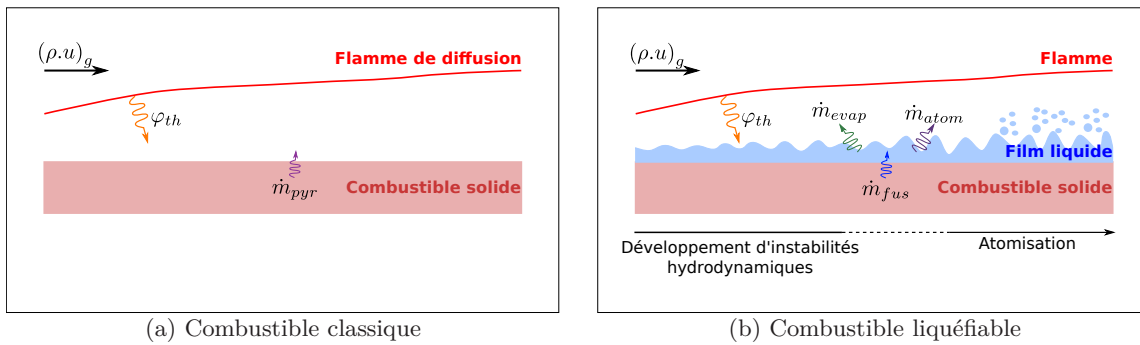


(b) Influence de l'ajout de particules d'aluminium sur la vitesse de régression [12]

FIGURE 2.10 – Lois de vitesse obtenues en utilisant des combustibles liquéfiables

composition paraffinique. Cette adjonction a eu pour conséquence d'accroître les caractéristiques mécaniques de la paraffine et de diminuer la vitesse de régression, cette dernière se retrouvant ainsi comprise entre les taux de régression du PBHT pur et de la paraffine pure.

Le modèle développé par Marxman (cf. section 2.1.1) ne permettant pas de retrouver cette forte augmentation de la vitesse de régression, Karabeyoglu *et al.* [27] se sont alors intéressés à la physique liée à la dégradation des combustibles liquéfiables. Selon les auteurs, l'augmentation de la vitesse de régression est due à la capacité de ces combustibles à former un film liquide sur leur surface solide. Ce film liquide, dont l'épaisseur résulte d'un équilibre entre les transferts de masse et d'énergie avec les phases solide et gazeuse, forme donc une interface entre l'écoulement gazeux et le combustible solide. Un processus hydrodynamique conduisant à l'atomisation du film liquide vient alors s'ajouter au mécanisme de dégradation purement thermique (figure 2.11). L'augmentation de la vitesse de régression provient alors du couplage entre les effets thermiques (fusion du combustible solide et évaporation du film liquide) et dynamique (atomisation du film liquide).



(a) Combustible classique

(b) Combustible liquéfiable

FIGURE 2.11 – Schéma représentant les mécanismes de dégradation

2.3 Modélisation des combustibles liquéfiables

Le mécanisme d'atomisation du film liquide jouerait un rôle prépondérant dans le processus de régression des combustibles liquéfiables. Sa modélisation, bien que très complexe, est

donc primordiale afin de rendre compte de l'augmentation des vitesses de dégradation observée expérimentalement sur ce type de combustible.

2.3.1 Atomisation d'un film liquide

Le film liquide formé par la fusion du combustible solide est soumis à une contrainte de cisaillement exercée par l'écoulement gazeux. L'interface liquide-gaz, constituant une frontière déformable, peut alors être le siège du développement d'instabilités hydrodynamiques, dites de Kelvin-Helmholtz lorsque l'interface est soumise à une perturbation infinitésimale. Sous certaines conditions, ces instabilités, se propageant sous forme d'ondes périodiques, quasi-périodiques ou chaotiques, peuvent s'amplifier et conduire à la formation de structures liquides appelées ligaments. Sous l'effet de l'écoulement gazeux, ces ligaments s'étirent jusqu'à leur rupture en fines gouttelettes.

2.3.1.1 Paramètres influençant le processus d'atomisation

L'atomisation par cisaillement d'un jet ou d'une nappe liquide est principalement pilotée par la vitesse relative entre les phases liquide et gazeuse. Plus ce différentiel est élevé, plus la déstabilisation du film liquide est importante et, par conséquent, son atomisation se trouve favorisée et de qualité (les gouttes formées sont de petit diamètre). A contrario, une diminution de la vitesse relative entre ces deux phases réduit à la fois les efforts aérodynamiques et l'amplitude des perturbations hydrodynamiques, nuisant ainsi au processus de rupture. Dans ce cas, l'atomisation est plus faible voire inexistante.

Les propriétés physiques de la phase condensée sont également de première importance sur son comportement vis-à-vis des perturbations induites par le cisaillement. Ainsi, la tension de surface peut être considérée comme un paramètre stabilisant puisqu'elle représente la force résistante à la déformation de la surface initiale. La viscosité dynamique joue également un rôle majeur dans la mesure où elle limite le taux d'accroissement des instabilités. En effet, lorsque les pertes visqueuses sont importantes, l'énergie disponible pour le processus d'atomisation est moindre. La désintégration de la nappe liquide se trouve alors retardée et, si elle se produit dans une zone où les vitesses relatives sont faibles, la taille des gouttes formées est plus importante. La densité constitue aussi un paramètre de premier plan puisqu'elle contribue à l'inertie de la phase liquide limitant ainsi les effets des perturbations hydrodynamiques.

Plusieurs nombres adimensionnés sont donc utilisés pour comparer la prépondérance de chacune de ces grandeurs. Ainsi, le nombre de Weber du liquide compare les forces d'inertie à la tension superficielle :

$$We = \frac{\rho_l u_l^2 l}{\sigma} \quad (2.13)$$

avec l une longueur caractéristique de la phase liquide comme l'épaisseur de la nappe.

Le nombre de Reynolds du liquide compare, quant à lui, les effets inertiels par rapport aux forces de viscosité :

$$Re = \frac{\rho_l u_l l}{\mu_l} \quad (2.14)$$

Enfin, le nombre d'Ohnesorge, davantage utilisé pour l'étude des gouttelettes après leur formation, quantifie les effets visqueux par rapport à la tension de surface :

$$Oh = \frac{\mu_l}{\sqrt{\rho_l \sigma l}} \quad (2.15)$$

Il est intéressant, en présence d'un champ de gravité, d'analyser ses effets sur l'amplitude des instabilités au travers du nombre de Froude :

$$Fr = \frac{\mu_l}{\sqrt{g l}} \quad (2.16)$$

2.3.1.2 Mécanismes de désintégration d'une nappe liquide : atomisations primaire et secondaire

Le passage de l'état de film liquide à un brouillard de gouttes est dû à la succession de deux types d'instabilités. Tout d'abord, le film liquide est soumis, de la part de l'écoulement gazeux, à un cisaillement qui se traduit par le développement d'instabilités primaires (figures 2.12a vers 2.12b). Celles-ci se caractérisent par la formation de vagues transversales à l'écoulement progressant axialement le long du film liquide (figure 2.12b) et séparées par une longueur d'onde λ_L . Sous l'effet d'une modulation transverse dite instabilité secondaire, ces ondes évoluent pour donner naissance à des ligaments séparés d'une longueur d'onde λ_T (figure 2.12c). Ces ligaments sont alors soumis à l'accélération du champ aérodynamique qui les étirent jusqu'à leur rupture en gouttes. L'ensemble des phénomènes décrits ci-dessus constitue le mécanisme d'atomisation primaire.

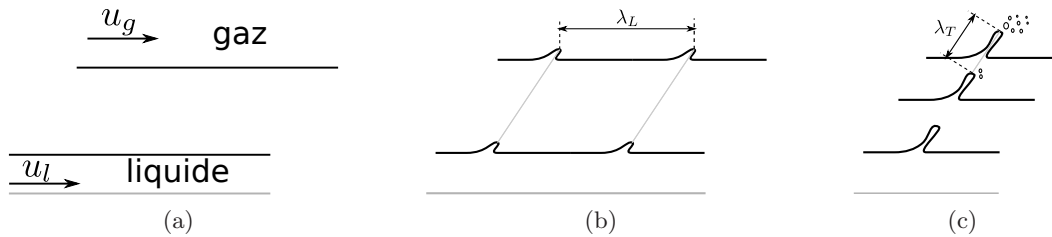


FIGURE 2.12 – Déstabilisation d'un film liquide par un écoulement gazeux, d'après Hong [21]

Les gouttes formées par l'atomisation primaire interagissent ensuite avec le champ aérodynamique provoquant leur désintégration en gouttes de diamètre inférieur. Ces phénomènes forment le mécanisme connu sous le nom d'atomisation secondaire.

Les sollicitations menant à la rupture des gouttes changent toutefois avec des conditions telles que la nature de l'écoulement (laminaire ou turbulent), la vitesse relative entre la phase dispersée et le gaz et l'accélération des gouttes. De nombreux auteurs, comme Hsiang et Faeth [22] ou Pilch et Erdman [57] ont alors présenté des classifications des différents régimes en fonction des nombres adimensionnés vus précédemment. Pour des nombres de Weber croissants (figure 2.13), les différents régimes de brisure proposés par ces deux derniers auteurs sont :

- (a) “Vibrational break-up”, $12 \leq We$: pour un écoulement gazeux à faible vitesse, la goutte entre en résonance et se brise ;
- (b) “Bag break-up”, $12 \leq We \leq 50$: la goutte s'aplatit et s'étire en un voile mince dont la base, plus massive, est constituée d'une couronne de liquide. Le voile se brise alors en de fine gouttelettes tandis que la couronne se désintègre un peu plus tard en plus gros fragments ;
- (c) “Bag and jet break-up”, $50 \leq We \leq 100$: en plus du mécanisme de brisure précédent, un jet se forme au centre de la couronne et se brise plus tard ;
- (d) “Sheet stripping”, $100 \leq We \leq 350$: lorsque la vitesse relative entre la goutte et l'écoulement gazeux augmente, la brisure se produit au niveau de l'équateur de la goutte. En raison de la forte vitesse du gaz, une dépression apparaît au centre de la goutte, ce qui mène à sa déformation et à son extension latérale. Des lames de liquide sont alors épluchées des bords de la goutte puis se brisent rapidement ;
- (e) “Wave crest shipping and catastrophic break-up”, $350 \leq We$: quand la vitesse relative augmente encore, la goutte est soumise à des pressions en surface plus élevées ce qui entraîne une déformation plus importante. Des ondes de courte longueur d'onde et de grande amplitude sont alors formées sur la face exposée à l'air et provoquent

la désintégration de la goutte en ligaments. Le mode catastrophique correspond au moment où les ondes sont d'amplitude suffisante pour casser la goutte "mère". Ce processus se répète en cascade jusqu'à ce que le nombre de Weber des fragments, calculé avec leur vitesse relative par rapport au gaz qui a été modifiée par l'accélération des fragments, soit inférieur au nombre de Weber critique généralement pris égal à 12.

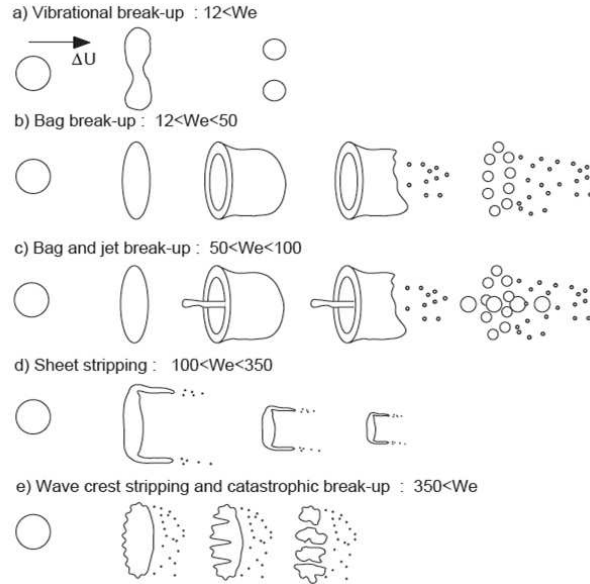


FIGURE 2.13 – Modes de pulvérisation d'une goutte en fonction du nombre de Weber [57]

La figure 2.14 illustre le processus complet d'atomisation d'une nappe liquide. En amont de l'écoulement co-courant liquide-gaz, le film liquide est soumis à des instabilités primaires de très faibles amplitudes et longueur d'onde. Ces instabilités s'amplifient ensuite et conduisent à une oscillation globale. Des ligaments apparaissent alors en raison des instabilités transverses puis se détachent sous forme d'amas liquides. Enfin, ces paquets de liquide sont pulvérisés en gouttes suivant le mécanisme de brisure secondaire.

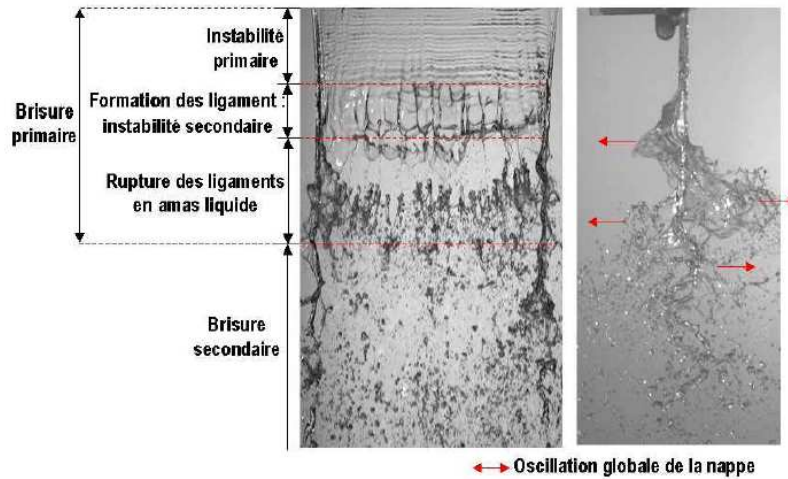


FIGURE 2.14 – Mécanismes d'atomisation d'une nappe liquide plane [5]

2.3.1.3 Quantification du flux massique atomisé

La modélisation du processus d'atomisation reste basée sur des constatations empiriques en raison de la complexité des phénomènes physiques intervenants dans le mécanisme de brisure primaire. Dès lors, deux méthodes sont disponibles.

La première solution consiste dans un premier temps à évaluer les longueurs d'onde longitudinale et transversale à l'aide de corrélations empiriques dont une liste non exhaustive est donnée par Lalo [38]. Le diamètre des gouttes ainsi que leur nombre sont ensuite déterminés par d'autres corrélations en fonction des conditions de l'écoulement. Toutefois, dans la conception d'un code monodimensionnel, de telles méthodes sont difficilement applicables en raison de leur complexité.

La seconde méthode fournit directement le flux de masse atomisé en fonction de la nature du film liquide et de l'écoulement gazeux. Les modèles disponibles dans la littérature, dont une liste est proposée par Kolev [34], font souvent référence à des expériences utilisant un film d'eau perturbé par un écoulement d'air si bien que l'extrapolation des résultats à un couple de fluides quelconque est souvent erronée. De plus, les conditions opératoires en terme de pression et de température ne permettent pas une application directe des modèles au cas d'une chambre de combustion hybride. Toutefois, il existe quelques corrélations pouvant être utilisées, après modifications, pour quantifier le flux massique de liquide atomisé dans le cas de combustibles liquéfiables tels que les paraffines. Parmi les résultats les plus détaillés figurent les travaux de Gater et L'Ecuyer [16] et ceux issus de l'étude de Ishii et Grolmes [24].

Travaux de Gater et L'Ecuyer

Le montage mis au point par Gater et L'Ecuyer (figure 2.15) a permis de quantifier le débit de liquide extrait d'un film pariétal par action combinée de l'atomisation et de l'évaporation. L'évaluation de ce débit par mesure différentielle entre l'amont et l'aval de la section d'essai a été réalisée sur une large gamme de fluide (eau, butanol, méthanol, kérosène) dans de nombreuses conditions de pression et de température.

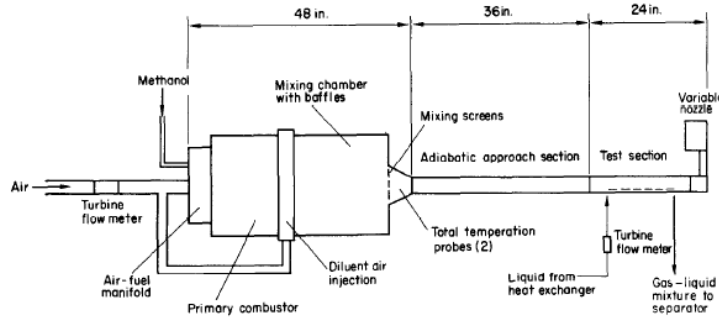


FIGURE 2.15 – Montage expérimental utilisé par Gater et L'Ecuyer [16]

Une étude préliminaire des résultats expérimentaux a mis en évidence la linéarité du débit de liquide collecté en aval de la section d'essai par rapport au débit de liquide injecté :

$$\dot{m}_{\text{extrait}} = (1 + r) \dot{m}_{\text{evap}} + E \dot{m}_{l,\text{inj}} \quad (2.17)$$

avec $\dot{m}_{l,\text{inj}}$ le débit injecté et r le paramètre de rugosité.

Grâce à cette relation, Gater et L'Ecuyer ont déterminé une loi estimant le débit atomisé, correspondant au terme $E \dot{m}_{l,\text{inj}}$, en fonction des conditions de l'écoulement gazeux et des propriétés thermophysiques du film liquide. La fraction atomisée E exprime ainsi le pourcentage du débit injecté qui est atomisé. Ce paramètre adimensionné est exprimé par :

$$E = 1 - \exp \left(-1.05 \cdot 10^{-4} (X_{\text{atom}} - 474.14) \right) \quad (2.18)$$

D'après les auteurs, le paramètre X_{atom} est proportionnel à un nombre de Weber, la distance caractéristique étant la longueur d'onde longitudinale l_s des instabilités de surface :

$$X_{atom} = \frac{\rho_g^{1/2} W e}{\rho_g u_g l_s} \left(\frac{T_g}{T_{lg}} \right)^{1/4} = \frac{\rho_g u_g}{\rho_g^{1/2} \sigma} \left(\frac{T_g}{T_{lg}} \right)^{1/4} \quad (2.19)$$

La relation (2.18) suggère une valeur critique de X_{atom} en deçà de laquelle le processus d'atomisation devient négligeable. Cette valeur, égale à $474.14 \text{ N}^{-1/2}$, est cohérente avec l'étude de Steen et Wallis [70] portant sur les conditions d'apparition du mécanisme d'atomisation. Ces auteurs avaient relevé une valeur critique de $450.43 \text{ N}^{-1/2}$.

Pour une application à un moteur hybride dans lequel $\rho_g \sim 10^1$, $T_g \sim 10^3$, $T_{lg} \sim 10^2$ et $\sigma \sim 10^{-2}$, la vitesse de la phase gazeuse en dessous de laquelle l'atomisation deviendrait négligeable est de l'ordre de l'unité.

Comme le montre les figures 2.16a à 2.16c, la comparaison entre les débits extraits théoriques et expérimentaux révèle une très bonne précision du modèle établi. L'introduction du modèle d'atomisation améliore incontestablement la prédiction du taux de liquide extrait par rapport au modèle d'évaporation simple, également représenté sur ces figures.

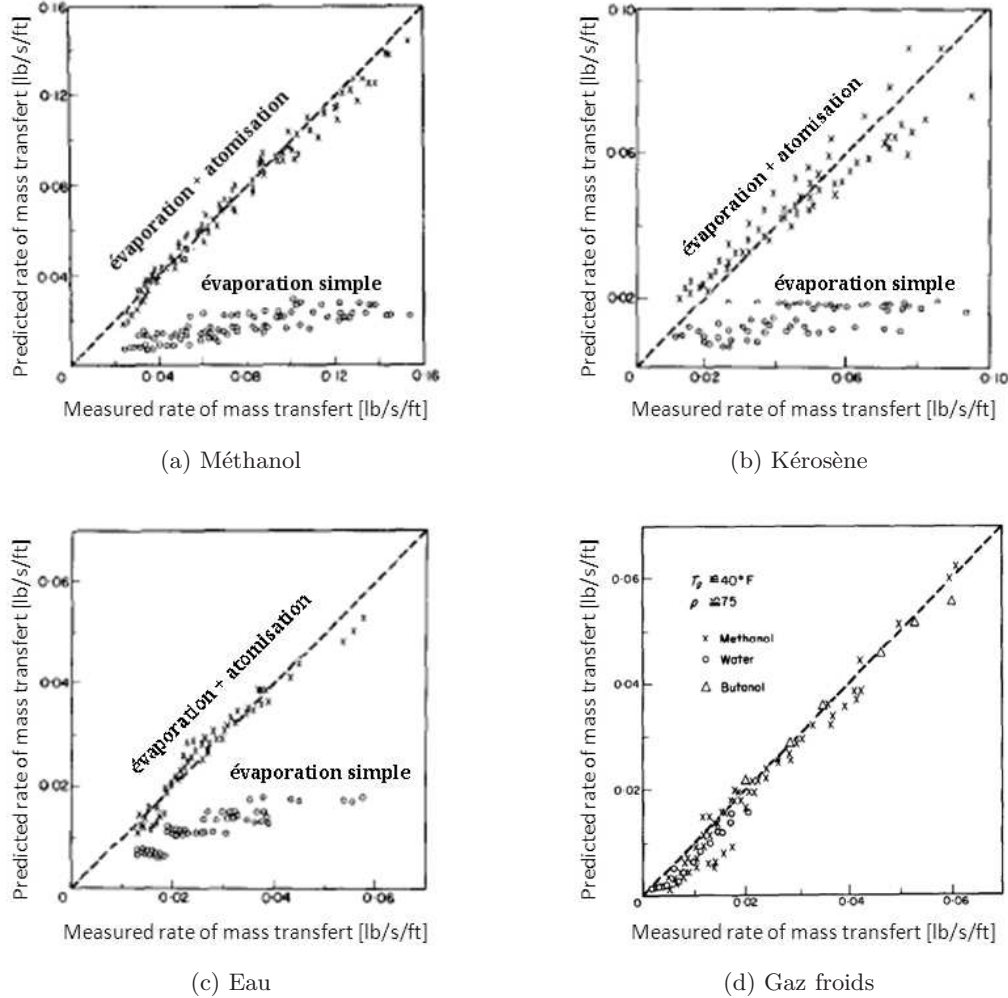


FIGURE 2.16 – Comparaison entre le modèle proposé par Gater et L'Ecuyer et des mesures expérimentales [16]

Les auteurs ont également réalisé une série de mesures en gaz froids, c'est-à-dire en conditions n'autorisant aucune évaporation afin de vérifier la pertinence du modèle d'atomisation. Les prédictions théoriques sont, encore une fois, en accord avec les résultats expérimentaux (figure 2.16d).

Cette étude a permis de déterminer une corrélation donnant le flux massique extrait d'un film liquide pariétal soumis à un écoulement gazeux à différentes températures. Cette corrélation permet de prendre en compte à la fois l'évaporation du film liquide et son atomisation. De plus, les conclusions de Gater et L'Ecuyer révèlent que la taille des instabilités hydrodynamiques observées dépend principalement de la pression dynamique de la phase gazeuse. D'après les auteurs, plus cette pression augmente, plus l'amplitude des instabilités est faible, la tension de surface et la viscosité dynamique n'ayant au mieux qu'une influence secondaire.

Travaux issus de l'étude de Ishii et Grolmes

À partir de mesures expérimentales réalisées sur un film liquide cisailé par un écoulement de conduite verticale, Ishii et Grolmes ont déterminé les conditions d'apparition du mécanisme d'atomisation en fonction de la vitesse de l'écoulement gazeux et du nombre de Reynolds du film liquide (figure 2.17).

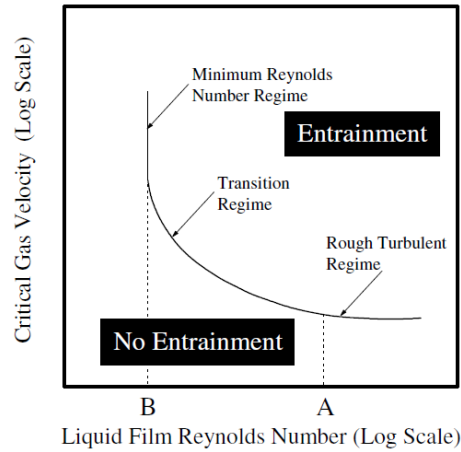


FIGURE 2.17 – Identification des régimes d'atomisation issu de Hazuku *et al.* [19]

Basée sur cette constatation empirique, Ishii et Mishima [25] ont alors développé une corrélation pour déterminer la fraction de liquide atomisé en régime de quasi-équilibre. Cette corrélation, basée sur le bilan des contraintes à l'interface liquide-gaz a pour expression :

$$E = \tanh \left(7.25 \cdot 10^{-7} We^{*1.25} Re_l^{0.25} \right) \quad (2.20)$$

avec :

$$We^* = \frac{\rho_g u_g^2 D_{hydrau}}{\sigma} \left(\frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_g} \right)^{1/3} \quad (2.21)$$

$$Re_l = \frac{\rho_l u_l D_{hydrau}}{\mu_l} \quad (2.22)$$

Bien que la corrélation précédente soit adimensionnée, elle n'est valable que pour une plage de conditions initiales très limitée. Pan et Hanratty [53, 52] ont alors proposé une formulation plus générale basée sur les mécanismes de Kelvin-Helmholtz. Malgré que les résultats théoriques et expérimentaux soient en accord, cette corrélation est assez complexe à mettre en œuvre et dépend fortement de paramètres mesurés expérimentalement.

Grâce à une analyse des résultats disponibles dans la littérature, Sawant *et al.* [63] ont alors déterminé différents régimes d'évolution de la fraction atomisée en fonction du nombre de Weber (figure 2.18).

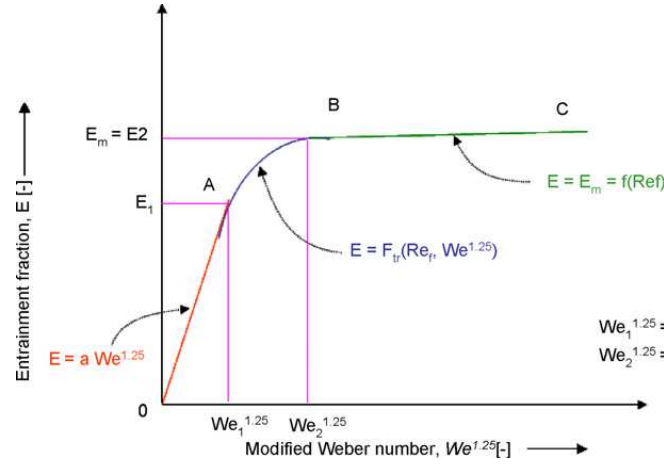
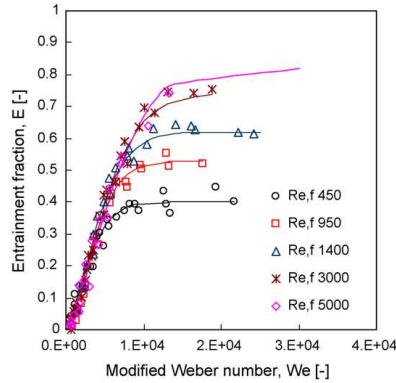


FIGURE 2.18 – Méthodologie utilisée par Sawant *et al.* [63] pour établir leur corrélation

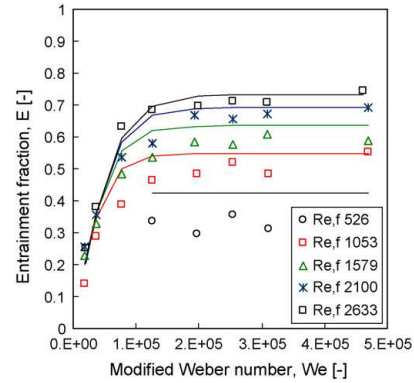
Pour rendre compte de leurs constatations expérimentales, les auteurs ont proposé une corrélation simple pour la fraction atomisée basée sur les nombres de Reynolds et de Weber modifié :

$$E = \left(1 - \frac{250 \ln(Re_l) - 1265}{Re_l} \right) \tanh \left(2.31 \cdot 10^{-4} Re_l^{-0.35} We^{*1.25} \right) \quad (2.23)$$

Comme le montre la figure 2.19, cette corrélation donne une bonne prédiction de la quantité de liquide atomisée pour différentes vitesses d'écoulement.



(a) Comparaison avec leurs résultats expérimentaux



(b) Comparaison avec les résultats expérimentaux de Schadel [65]

FIGURE 2.19 – Comparaison entre les résultats expérimentaux et théoriques donnés par la corrélation de Sawant *et al.* pour le couple air-eau [63]

Sawant *et al.* ont, par la suite, modifié leur corrélation afin d'apporter une meilleure prise en compte des vitesses limites des phases gazeuse et liquide en deçà desquelles aucune atomisation n'est possible [64] :

$$E = \left(1 - \frac{13N_\mu^{-0.5} + 0.3 \left(Re_l - 13 \cdot N_\mu^{-0.5} \right)^{0.95}}{Re_l} \right) \cdot \tanh \left(2.31 \cdot 10^{-4} Re_l^{-0.35} (We^* - We_{crit}^*)^{1.25} \right) \quad (2.24)$$

avec :

$$N_\mu = \frac{\mu_l}{\left(\rho_l \sigma \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_g)}} \right)^{0.5}} \quad (2.25)$$

D'après les auteurs, le nombre de Weber critique peut être négligé puisqu'il ne modifie pas de façon significative les prédictions générales de cette corrélation. Celle-ci a été comparée avec des résultats expérimentaux et, comme le montre la figure 2.20, la prédiction de la fraction atomisée est relativement correcte. Bien qu'elle ait été utilisée avec différents couples de fluides, les constantes empiriques apparaissant dans cette corrélation ont été déterminées pour le couple air/eau. Une modification de ces coefficients est alors nécessaire pour une utilisation avec des fluides dont les propriétés physiques sont très différentes de cette référence.

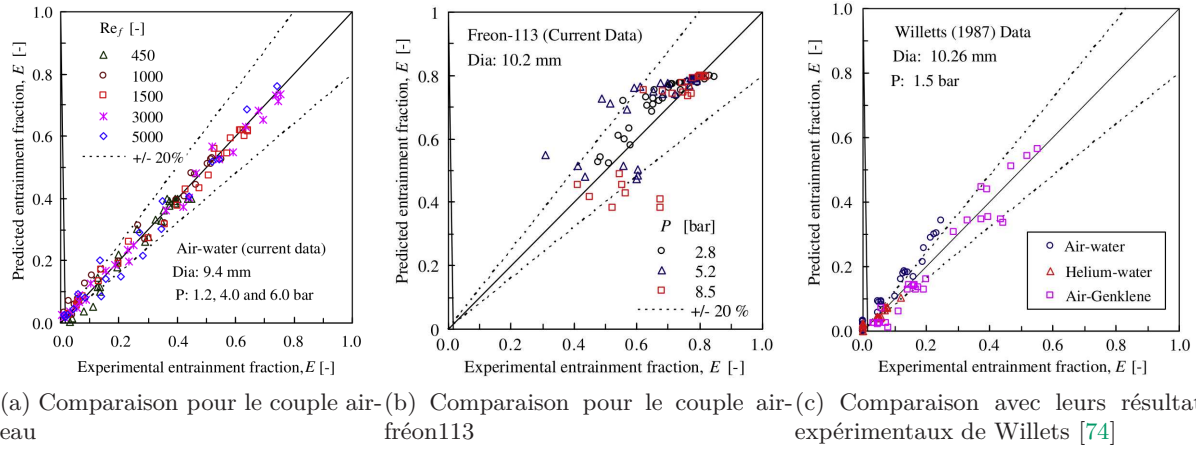


FIGURE 2.20 – Comparaison entre les résultats expérimentaux et théoriques donnés par la corrélation de Sawant *et al.* pour différents couples de fluides [64]

2.3.2 Synthèse des travaux numériques

Les travaux portant sur la modélisation d'un moteur hybride dont le combustible est de type liquéfiable sont relativement rares dans la littérature. En effet, la complexité des processus physiques rencontrés dans la dégradation de ces combustibles (formation d'un film liquide par fusion du bloc solide, atomisation et évaporation du film liquide, combustion hétérogène, ...) et le couplage entre tous ces phénomènes rendent les simulations numériques difficiles à réaliser. À l'heure actuelle, seuls des modèles 0D ou 1D sont disponibles.

Par exemple, Karabeyoglu *et al.* [26] et Pelletier [55] ont réalisé des modèles 0D permettant d'obtenir une loi de vitesse globale. Dans leurs études, ces auteurs ont pris en compte la formation d'un film liquide, les transferts de masse et d'énergie entre les différentes phases du système et l'atomisation du film liquide au travers du modèle empirique de Gater et L'Ecuyer. Le travail de modélisation réalisé par Pelletier fait l'objet d'un paragraphe présenté dans la suite de ce mémoire (cf. section 2.3.3).

Weinstein et Gany [72] ont, quant à eux, proposé un modèle monodimensionnel de la vitesse de régression. Leur travail se base sur les transferts de masse et de chaleur entre les phases solide, liquide et gazeuse tout en considérant le transport de la phase liquide. Cette dernière considération permet alors de déterminer l'évolution longitudinale de l'épaisseur du film liquide. L'évolution de la vitesse de régression est ainsi prise en compte par la modification des transferts de masse et d'énergie entre les différentes phases considérées. La vitesse de régression peut alors être décomposée entre une partie due à l'évaporation du film liquide et une partie due à son

atomisation (figure 2.21). Cette figure montre également que l'évaporation du film liquide est prépondérante par rapport à l'atomisation sur la vitesse de régression. Compte tenu des faibles valeurs de flux de masse d'oxydant, il est normal que le taux d'atomisation soit faible. Bien que cette modélisation représente assez fidèlement les résultats obtenus expérimentalement, elle peut être perçue comme une extension des modèles 0D présentés précédemment, la seule différence résidant dans la prise en compte du transport de la phase liquide.

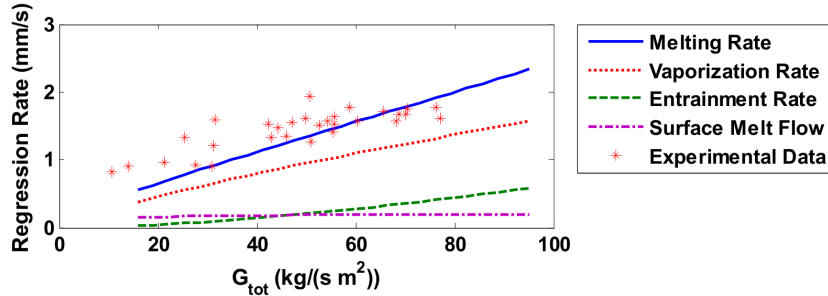


FIGURE 2.21 – Simulation de la vitesse de régression d'un combustible liquéfiable [72]

2.3.3 Modèle 0D de Pelletier

Le modèle 0D de Pelletier [55] a pour objectif de déterminer la vitesse globale de régression des combustibles liquéfiables en fonction des propriétés thermophysiques de couple oxydant/combustible et des propriétés thermodynamiques de l'écoulement gazeux. Pour cela, le modèle se base principalement sur les bilans de masse et d'énergie aux interfaces solide-liquide et liquide-gaz.

2.3.3.1 Principe du modèle

L'une des principales hypothèses de ce modèle repose sur l'égalité des vitesses de régression aux deux interfaces de ce problème. La vitesse de régression de l'interface liquide-gaz pouvant se décomposer en une partie liée à l'atomisation du film liquide et une partie liée à son évaporation, cette hypothèse permet d'écrire la relation :

$$v_{reg} = v_{reg,evap} + v_{reg,atom} \quad (2.26)$$

La composante de la vitesse de régression liée à l'atomisation est basée sur le modèle d'atomisation développé par Gater et L'Ecuyer [16]. Afin de prendre en compte la formation du film liquide par la fusion du combustible, Pelletier a modifié ce modèle laissant ainsi apparaître une relation entre la vitesse de régression liée à l'atomisation, la vitesse de régression totale et l'épaisseur du film liquide.

La résolution des profils thermiques dans les phases solide et liquide permet de déterminer les gradients thermiques à l'interface solide-liquide. Le bilan d'énergie à cette interface fournit ensuite une relation entre la vitesse de régression et l'épaisseur du film liquide.

L'étape suivante consiste à écrire la répartition du flux thermique provenant de la phase gazeuse au sein de phases liquide et solide. Ce bilan, tenant compte des changements d'état et des transferts conductifs dans ces deux milieux, donne une relation entre le flux incident, la vitesse de régression totale et la composante de la vitesse de régression liée à l'évaporation.

Enfin, la dernière équation écrite par Pelletier correspond à la répartition du flux thermique issu de la phase gazeuse entre l'atomisation et l'évaporation du film liquide. L'auteur suppose ainsi que la partie de ce flux qui n'est pas utilisée pour l'évaporation du film liquide sert entièrement

à son atomisation. Une relation entre le flux thermique incident et les deux composantes de la vitesse de régression est alors déduite de cette hypothèse.

Le système non linéaire formé, synthétisé par la figure 2.22, représente le couplage entre l'atomisation et l'ébullition du film liquide. Sa résolution donne accès à la valeur de la vitesse de régression totale et de ses composantes en fonction des propriétés thermophysiques du couple oxydant/combustible et du flux massique des gaz.

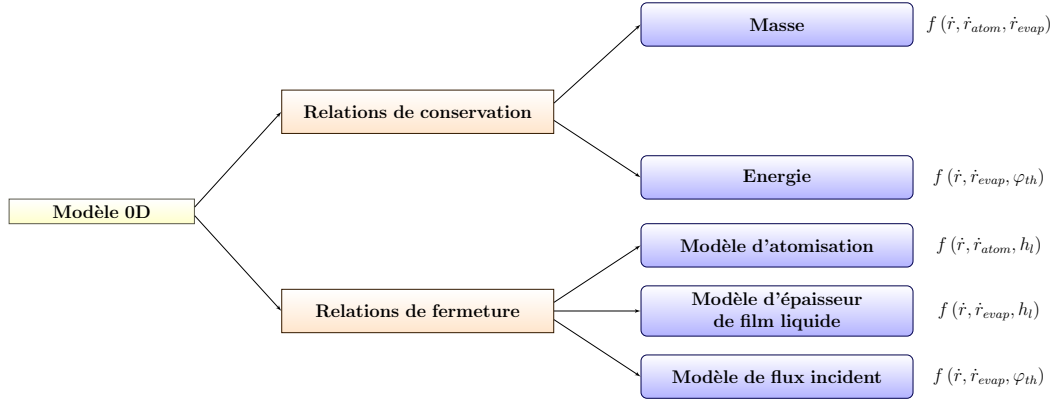


FIGURE 2.22 – Synthèse du modèle développé par Pelletier

2.3.3.2 Résultats du modèle

En prenant en compte la combustion, Pelletier s'est limité à simuler l'évolution de la vitesse de régression de paraffines en fonction du flux massique d'oxydant pour des nombres de carbone allant de 20 à 50 (figure 2.23). Comme le montre cette figure, la composante de la vitesse de régression liée à l'atomisation est largement supérieure à celle liée à l'évaporation pour des flux de masse d'oxydant élevés. Ce résultat va ainsi dans le sens de l'hypothèse faite par Karabeyoglu selon laquelle la vitesse de régression des combustibles liquéfiables est principalement due à l'atomisation du film liquide. Pour des faibles valeurs de débit d'oxydant, l'évaporation reste toutefois prépondérante sur l'atomisation, ce qui est en accord avec les résultats de Weinstein et Gany (figure 2.21).

De plus, cette figure montre que la vitesse de régression diminue en fonction du nombre de carbone. Cette remarque était prévisible compte tenu de l'évolution avec le nombre de carbone des grandeurs thermophysiques intervenant dans le processus de régression (viscosité dynamique, densité, tension de surface, ...).

2.4 Travaux expérimentaux

La validation des codes de calcul nécessite de disposer de cas tests ayant fait l'objet d'une caractérisation expérimentale détaillée. Dans le cas des moteurs hybrides, il s'agit de maquettes à échelle réduite instrumentées afin de mesurer l'évolution des grandeurs géométriques, thermodynamiques et propulsives. Ces deux derniers types de grandeurs sont très souvent rencontrés dans la littérature au travers des valeurs de pression, de débit d'oxydant ou encore de poussée. Cependant, la mesure de l'évolution instantanée de l'épaisseur brûlée du combustible est beaucoup plus rare. Pour la validation d'un outil numérique dont l'objectif est de prédire la vitesse de régression d'un combustible dans une configuration précise, la connaissance de cette épaisseur est indispensable puisqu'elle permet de déduire la vitesse de régression.

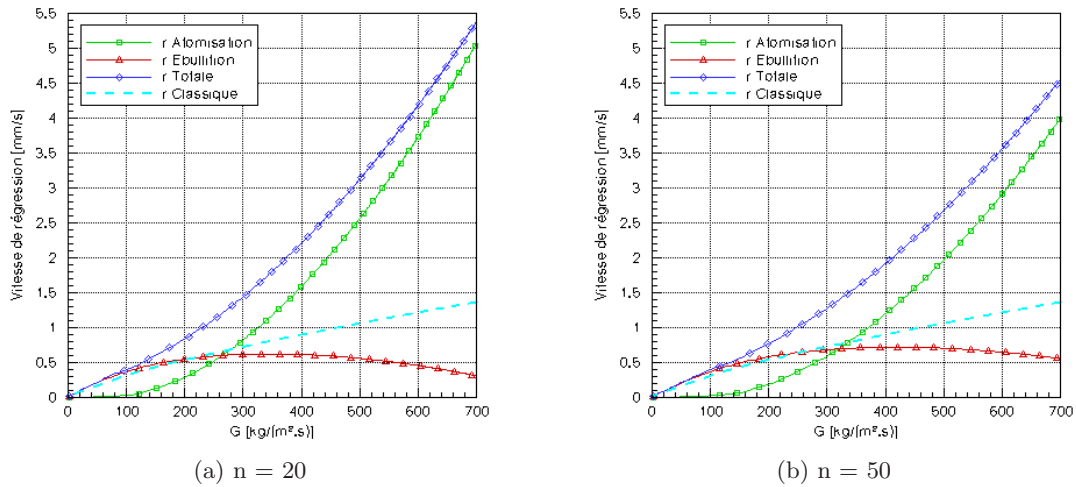


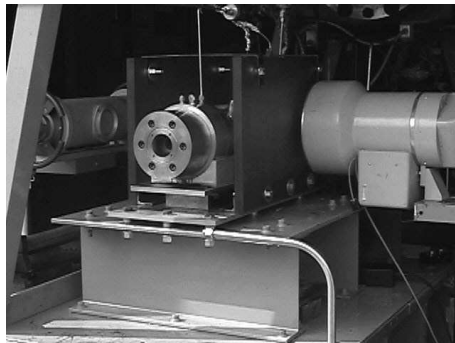
FIGURE 2.23 – Prédiction de la loi de vitesse moyenne des combustibles liquéfiables pour différents nombres de carbone [55]

2.4.1 Moyens de mesure de la régression de surface

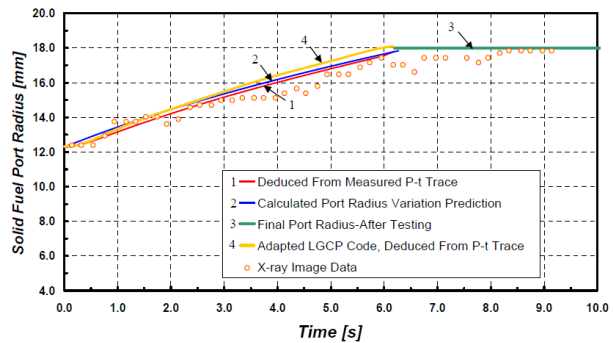
De nombreuses méthodes de mesure de la régression de surface existent et ont fait leurs preuves dans le domaine de la propulsion. Les techniques les plus souvent rencontrées sont détaillées ci-dessous avec des exemples d'application à la propulsion hybride.

2.4.1.1 Technique de mesure par rayon X

Cette méthode non intrusive est basée sur l'atténuation du faisceau RX par l'épaisseur du matériau traversé. Un post-traitement complexe des données enregistrées lors de la radiographie en temps réel permet d'obtenir les positions successives du combustible solide, la précision dépendant de la taille du champ visualisé. Toutefois, la mise en place de cette technique est délicate en raison des risques liés à l'utilisation de rayons X de forte intensité, nécessaires pour traverser l'épaisseur d'acier entourant généralement les chambres de combustion. Cette technique de mesure a été utilisée avec succès par Evans *et al.* [14] en propulsion hybride (figure 2.24).



(a) Dispositif expérimental

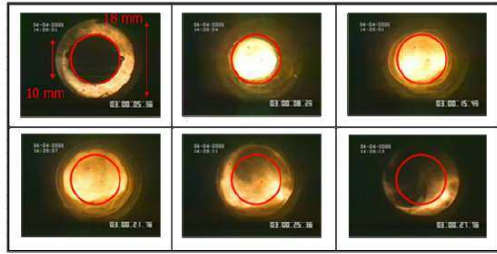


(b) Évolution instantanée du diamètre du canal

FIGURE 2.24 – Dispositif expérimental et résultats obtenus par Evans *et al.* [14] lors de l'application de la technique de mesure par rayons X

2.4.1.2 Technique de mesure par imagerie

Au cours d'un essai, une caméra enregistre l'évolution de la surface du combustible à travers un accès optique. Un post-traitement, basé sur une méthode de suivi d'interface, permet ensuite de déterminer les positions successives du front de régression et ainsi, d'en déduire la vitesse de régression instantanée. La précision de cette méthode est liée à la résolution de la caméra utilisée ainsi qu'au contraste des images, une interface diffuse n'étant pas bien détectée. De nombreux essais ont été réalisés en propulsion hybride en utilisant cette technique dans le cas d'écoulement plan (figure 2.25b) ou axisymétrique (figure 2.25a). Bien qu'elle permette de visualiser entre autre le processus de dégradation, l'utilisation de cette technique demande des conditions d'essais particulières (en terme d'écoulement ou de pression) qui ne sont pas représentatives des conditions rencontrées dans un moteur hybride.



(a) En écoulement axisymétrique [4]

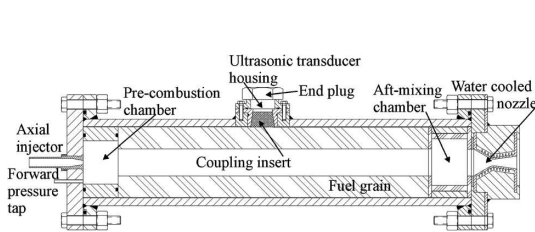


(b) En écoulement plan [8]

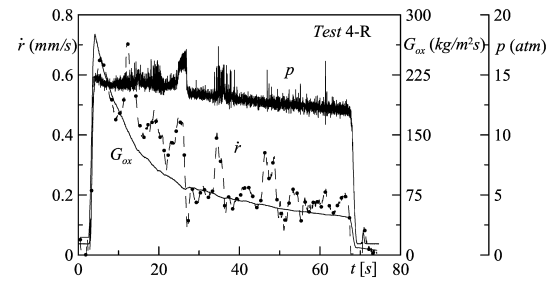
FIGURE 2.25 – Mise en œuvre de la technique de mesure par imagerie

2.4.1.3 Technique de mesure par ultrasons

Cette méthode non intrusive est basée sur la mesure du temps de parcours aller-retour d'une onde ultrasonore à travers un milieu, à l'instar de la technique du sonar. Elle permet de quantifier l'épaisseur instantanée du milieu traversé moyennant la connaissance de la vitesse du son de l'onde au sein de ce milieu. Cette technique, développée depuis plusieurs décennies pour des applications propergols, a été adaptée pour être utilisée sur les combustibles classiques en propulsion hybride notamment par Maisonneuve *et al.* [43] et par Russo-Sorge *et al.* [69, 6] (figure 2.26).



(a) Dispositif expérimental



(b) Évolution de la vitesse de régression instantanée

FIGURE 2.26 – Dispositif expérimental et résultats obtenus par Carmicino et Russo-Sorge [6] lors de l'application de la technique de mesure par ultrasons

Cette technique, retenue pour la mesure de la vitesse de régression dans le cadre de ce doctorat, est détaillée dans la partie expérimentale (chapitre 6).

jusqu'à 2 MPa sur une durée pouvant atteindre 10 s. L'oxydant, de l'oxygène gazeux, est injecté avec un débit de $40 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$, ce qui représente un flux massique de l'ordre de $100 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$.

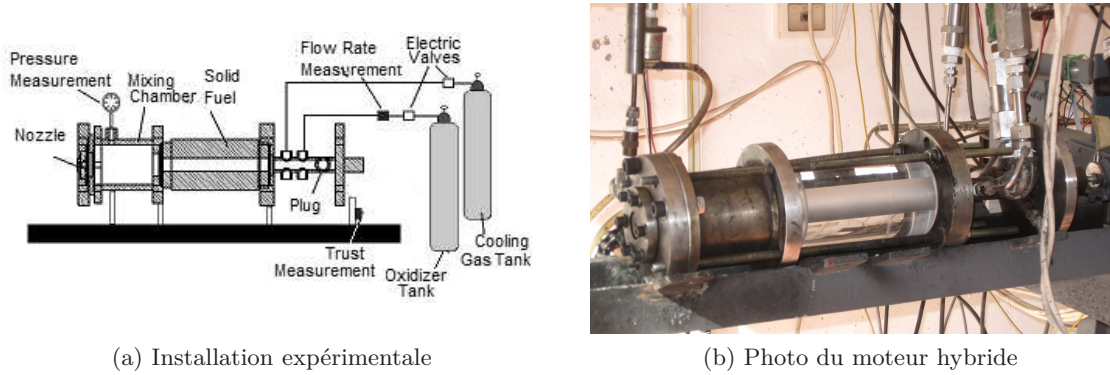


FIGURE 2.28 – Installation expérimentale de la Faculté des Sciences Aérospatiales de Technion [72]

Cette installation permet de mesurer le débit d'oxydant, la poussée et la pression dans la post-chambre. Ce moteur diffère de ceux généralement rencontrés dans la mesure où la post-chambre de combustion est réalisée dans un matériau transparent. La nature de l'écoulement et la flamme en sortie de la chambre de combustion peuvent ainsi être observées, donnant des informations visuelles sur la qualité de la combustion par exemple. Toutefois, comme celle de l'université de Stanford, cette installation souffre de l'absence de mesure de la vitesse de régression. Cette dernière est donc calculée grâce aux mesures des diamètres de la chambre de combustion avant et après essai (figure 2.29).

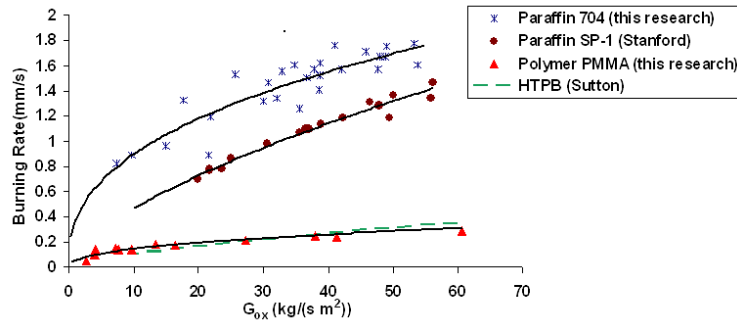


FIGURE 2.29 – Lois de vitesse obtenues sur le moteur de la Faculté des Sciences Aérospatiales de Technion [72]

2.4.2.3 Bancs d'essais de l'Onera

Dans le cadre du projet CNES-PERSEUS¹, l'ONERA en partenariat avec l'école d'ingénieurs ISAE/SUPAERO, a développé un banc d'essais (figure 2.30) permettant de tester différents couples oxydant-combustible avec différentes géométries de chambre de combustion. L'oxydant, du N_2O auto-pressurisé, a d'abord été associé avec du PMMA, du PE et du PBHT avec l'ajout ou non d'additifs avant d'être utilisé avec des combustibles liquéfiables à base de paraffine. Les dimensions géométriques du banc permettent d'utiliser des blocs solides d'une longueur de 150 mm et d'un diamètre extérieur de 82 mm. Concernant les conditions de fonctionnement, la gamme de

1. *Projet Étudiant de Recherche Spatiale Européen, Universitaire et Scientifique*

flux massique d'oxydant parcourue est comprise entre 650 et $250 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ sous une pression de 4 MPa , les poussées mesurées étant, au maximum, de l'ordre de 50 daN .

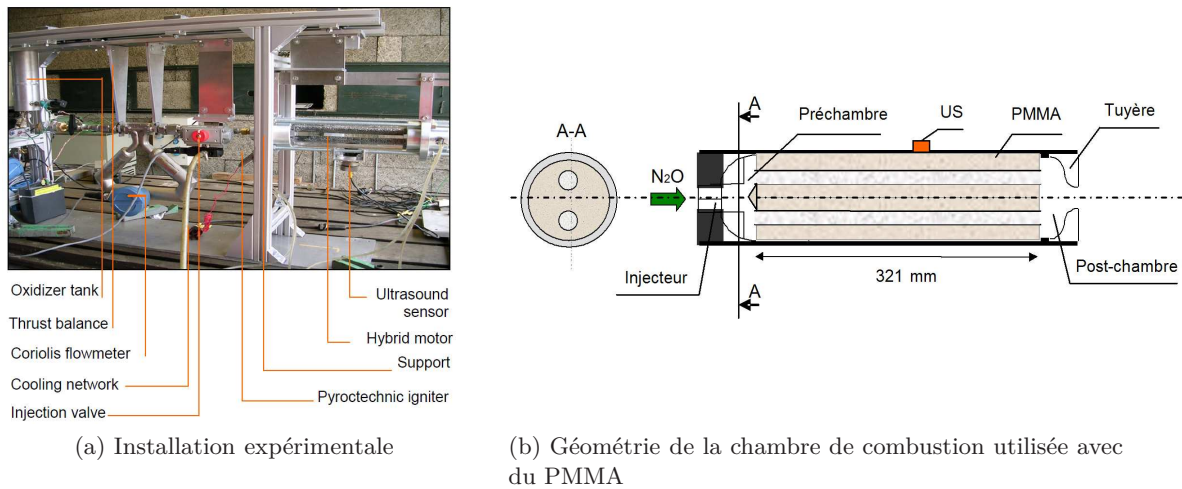


FIGURE 2.30 – Installation expérimentale de l'ONERA [56]

Cette installation permet de mesurer le débit d'oxydant, les pressions dans les pré- et post-chambres de combustion et la poussée. De plus, un capteur ultrasonore est ajouté afin de mesurer l'épaisseur instantanée du bloc solide et ainsi d'en déduire la vitesse de régression (figure 2.31).

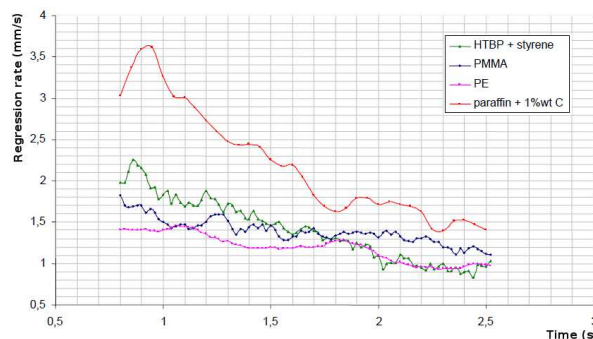


FIGURE 2.31 – Vitesses de régression obtenues avec l'installation expérimentale de l'ONERA pour différents combustibles [56]

L'ONERA dispose également d'un pas de tir vertical, équipé uniquement d'une mesure de poussée, permettant de qualifier les moteurs hybrides avant leur utilisation en vol (figure 2.32). Ce moyen d'essais n'est toutefois pas utilisé à des fins de recherche mais seulement pour valider des moteurs dans une configuration lanceur.

2.5 Objectifs précis de la présente thèse

Le processus de dégradation des combustibles liquéfiables réside d'un couplage complexe entre les transferts de masse et d'énergie aux interfaces solide-liquide et liquide-gaz, la convection des phases fluides, la combustion et l'atomisation. La modélisation de la vitesse de régression des combustibles liquéfiables s'avère alors être très complexe dès que l'ensemble des phénomènes

physiques entrant en considération dans le processus de dégradation est représenté. Le développement d'un code monodimensionnel analogue au code DEPHY mais adapté aux combustibles liquéfiables est donc divisé en plusieurs étapes :

1. La modélisation de la vitesse de régression dans le cas d'un écoulement plan en l'absence de combustion. La vitesse de régression du combustible est alors uniquement due aux effets thermiques (fusion du bloc solide et évaporation du film liquide) et dynamique (atomisation du film liquide). Cette étape permet ainsi de réaliser une première validation du modèle sans prendre en compte le processus de combustion.
2. La modélisation de la vitesse de régression dans le cas d'un écoulement axisymétrique en présence de combustion, configuration correspondant généralement à celle rencontrée dans un moteur hybride. Par rapport à l'étape précédente, celle-ci tient compte de la présence d'une flamme de diffusion dans la couche limite modifiant ainsi les transferts d'énergie et donc de masse entre les phases solide, liquide et gazeuse.
3. Le développement de l'outil numérique HYDRES permettant d'utiliser les modèles créés lors des deux premières étapes.

Afin de valider les modèles développés, un volet expérimental est mis en place en parallèle de l'étude numérique. Cette partie est divisée en deux pour représenter les différences de modélisation :

1. La première consiste à réaliser des essais sur le banc HYCARRE, moyen expérimental dédié à l'étude des combustibles soumis à un écoulement gazeux plan et non réactif. Les résultats de ces essais serviront à valider le modèle pour un écoulement plan et non réactif.
2. La deuxième partie de l'étude expérimentale a pour objectif de réaliser des essais sur moteur hybride afin de valider le modèle général du code HYDRES (écoulement axisymétrique en présence de combustion). Bien que l'ONERA dispose déjà d'un moyen d'essai, un nouveau moteur, plus adapté à cette étude, devra être dimensionné, conçu et instrumenté pour fournir un éventail complet de mesures. Il devra donc, entre autre, être équipé de capteurs ultrasonores afin d'obtenir la vitesse de régression du combustible.



FIGURE 2.32 – Pas de tir vertical de l'ONERA

Deuxième partie

Modélisation de la régression des combustibles liquéfiables

Chapitre 3

Modélisation en écoulement plan non réactif

Sommaire

3.1	Configuration retenue	41
3.2	Définitions	42
3.2.1	Nombres adimensionnés	42
3.2.2	Épaisseurs intégrales	43
3.3	Hypothèse de la modélisation	44
3.4	Mise en équations	45
3.4.1	Définition des termes sources de masse	45
3.4.2	Équations de bilan à travers les interfaces	46
3.4.3	Équations de l'écoulement non visqueux	49
3.4.4	Équations de la couche limite	54
3.4.5	Équations de la phase solide	57
3.4.6	Équations du film liquide	58
3.4.7	Synthèse des équations	61

L'objectif de ce chapitre est d'établir l'ensemble des équations nécessaires à la modélisation de la régression. Toutefois, compte tenu de la complexité des phénomènes physiques à considérer pour modéliser le mécanisme de régression des combustibles liquéfiables, seul le cas particulier d'un écoulement plan en l'absence de combustion est traité ci-dessous.

Ce chapitre présente tout d'abord la configuration utilisée pour la modélisation de ce cas particulier ainsi que les différentes notations rencontrées. Les hypothèses effectuées pour la modélisation sont ensuite décrites avant d'aborder la mise en équation du problème. Les équations utilisées, issues pour la plupart des problèmes généraux de la mécanique des fluides et décrites dans l'ouvrage de Kuo [36], ont été combinées afin de représenter le couplage entre les différents effets rencontrés dans la régression des combustibles liquéfiables.

3.1 Configuration retenue

La modélisation de la régression des combustibles liquéfiables peut apparaître relativement complexe dès lors que l'ensemble des phénomènes physiques intervenant dans ce processus sont pris en compte. La présence du film liquide entre l'écoulement gazeux et le combustible solide,

modifiant complètement les transferts de masse et d'énergie entre ces phases vis-à-vis des combustibles polymères classiques, doit alors être correctement représentée. L'atomisation du film liquide, représentée par la fraction atomisée, est également de première importance dans cette modélisation puisqu'elle est à l'origine de l'augmentation de la vitesse de régression. La régression de l'interface due aux transferts thermiques ainsi que le soufflage de la couche limite par l'injection pariétale sont aussi des phénomènes qui doivent être considérés.

Ce chapitre est donc consacré à la modélisation de la régression des combustibles liquéfiables. Toutefois, les phénomènes physiques étant relativement complexes à modéliser, les équations présentées ci-dessous sont développées dans le cas particulier d'un écoulement non réactif, bi-dimensionnel et plan (figure 3.1). Dans ce cas, le processus de régression n'est dû qu'aux effets thermiques (fusion du combustible solide et évaporation du film liquide) et dynamique (atomisation du film liquide).

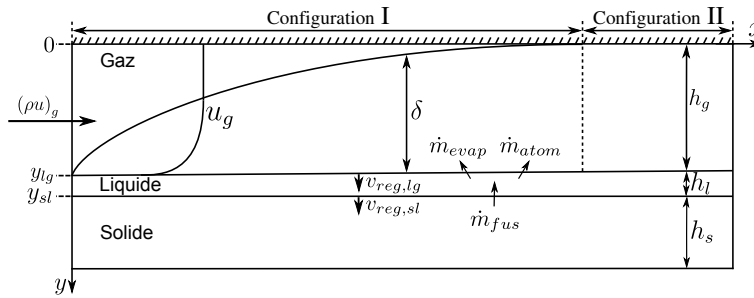


FIGURE 3.1 – Configuration modélisée lors d'un écoulement non réactif, bi-dimensionnel et plan

L'écoulement gazeux se produisant à l'intérieur d'un canal, différentes zones sont susceptibles d'apparaître. Dans la première, configuration I, la couche limite ne remplit pas entièrement le canal. Un écoulement gazeux non visqueux, considéré comme parfait, est alors traité à part de la couche limite. Dans la seconde zone, configuration II, la couche limite est pleinement développée. Dans ce cas, l'écoulement gazeux suit un écoulement de type Poiseuille.

Toutefois, l'écoulement en régime établi n'est que très rarement rencontré dans la réalité. En effet, celui-ci peut se développer seulement si le bloc de combustible est très long et si le diamètre du canal est relativement réduit. Par conséquent, cette partie de l'écoulement gazeux ne fait pas partie du cadre de cette étude.

Remarque 3.1. Dans la configuration étudiée, l'axe transversal y est orienté du gaz vers le solide. Ce choix a été effectué afin de faciliter le passage des équations des coordonnées cartésiennes aux coordonnées cylindriques, travail réalisé dans le chapitre 4.

3.2 Définitions

3.2.1 Nombres adimensionnés

Considérons un mélange de N_{esp} espèces sous forme gazeuse en équilibre thermodynamique avec le film liquide. Les nombres adimensionnés suivants caractérisent les transferts entre ces deux phases et les transports au sein de la phase gazeuse. Dans la suite de cette étude, les grandeurs relatives aux phases liquide et gazeuse seront respectivement indicées par l et g tandis que les grandeurs relatives à une espèce particulière seront représentées par l'exposant i .

Les échanges d'énergie et de masse entre le film liquide et l'écoulement gazeux sont déterminés par les coefficients d'échange thermique et massique définis respectivement par :

$$h_T = \frac{\lambda_g}{T_\infty - T_{lg}} \left. \frac{\partial T_g}{\partial y} \right|_{lg} \quad (3.1)$$

$$h_M^i = \frac{\mathfrak{D}_g^i}{Y_\infty^i - Y_{lg}^i} \frac{\partial Y_g^i}{\partial y} \Big|_{lg} \quad (3.2)$$

Le nombre de Nusselt correspond au coefficient d'échange thermique adimensionné et représente le rapport entre le transfert thermique total et le transfert par conduction :

$$Nu = \frac{h_T l}{\lambda_g} = \frac{l}{T_\infty - T_{lg}} \frac{\partial T_g}{\partial y} \Big|_{lg} \quad (3.3)$$

De même, le nombre de Sherwood, obtenu par l'adimensionnement du coefficient d'échange massique de l'espèce i , représente le rapport entre le transfert de masse total de l'espèce i et le transfert par conduction :

$$Sh^i = \frac{h_M^i l}{\mathfrak{D}_g^i} = \frac{l}{Y_\infty^i - Y_{lg}^i} \frac{\partial Y_g^i}{\partial y} \Big|_{lg} \quad (3.4)$$

Afin de caractériser le rapport entre les effets visqueux et la diffusivité thermique, le nombre de Prandtl est couramment utilisé :

$$Pr = \frac{\mu_g c_{p_g}}{\lambda_g} = \frac{\nu_g}{\alpha_g} \quad (3.5)$$

Pour une espèce chimique i , le nombre de Schmidt représente le rapport entre les effets visqueux et la diffusivité massique. Il est donc l'analogue au nombre de Prandtl pour la diffusion de masse :

$$Sc^i = \frac{\nu_g}{\mathfrak{D}_g^i} \quad (3.6)$$

Enfin, l'importance relative entre les diffusivités thermique et massique est représentée à travers le nombre de Lewis :

$$Le^i = \frac{Sc^i}{Pr} = \frac{\alpha_g}{\mathfrak{D}_g^i} \quad (3.7)$$

3.2.2 Épaisseurs intégrales

La méthodologie retenue pour la modélisation du problème étant monodimensionnelle, les équations de Navier-Stokes dans l'écoulement gazeux sont résolues par l'intermédiaire d'une formulation intégrale. Celle-ci implique l'utilisation des épaisseurs intégrales de déplacement δ^* et de quantité de mouvement θ , définies respectivement par :

$$\int_{y_{lg}-\delta}^{y_{lg}} \rho_g (u_g - u_{g,lg}) \cdot dy = \int_{y_{lg}-\delta}^{y_{lg}-\delta^*} \rho_e (u_e - u_{g,lg}) \cdot dy \quad (3.8)$$

$$\int_{y_{lg}-\delta}^{y_{lg}} \rho_g (u_g - u_{g,lg})^2 \cdot dy = \int_{y_{lg}-\delta}^{y_{lg}-\delta^*-\theta} \rho_e (u_e - u_{g,lg})^2 \cdot dy \quad (3.9)$$

L'évolution relative de chacune de ces épaisseurs par rapport à l'épaisseur de la couche limite est caractérisée par l'intermédiaire de facteurs de forme. Ces derniers sont définis par :

$$F_{\delta^*} = \frac{\delta^*}{\delta} = 1 - \frac{1}{\delta} \int_{y_{lg}-\delta}^{y_{lg}} \frac{\rho_g}{\rho_e} \left(\frac{u_g - u_{g,lg}}{u_e - u_{g,lg}} \right) \cdot dy \quad (3.10)$$

$$F_\theta = \frac{\theta}{\delta} = 1 - \frac{1}{\delta} \int_{y_{lg}-\delta}^{y_{lg}} \frac{\rho_g}{\rho_e} \left(\frac{u_g - u_{g,lg}}{u_e - u_{g,lg}} \right)^2 \cdot dy - F_{\delta^*} \quad (3.11)$$

3.3 Hypothèse de la modélisation

L'établissement du modèle de régression dans le cas d'un écoulement plan non réactif tient compte d'un certain nombre d'hypothèses. Celles-ci sont présentées ci-dessous.

Hypothèse 1. *La vitesse de régression étant faible devant celle de l'écoulement, le problème est considéré comme stationnaire. L'écoulement est également supposé bi-dimensionnel et plan.*

Hypothèse 2. *La phase gazeuse est supposée être un mélange idéal de gaz parfaits.*

Hypothèse 3. *Les diffusivités de toutes les espèces gazeuses sont supposées égales :*

$$\mathfrak{D}_g^i = \mathfrak{D}_g \quad (3.12)$$

Hypothèse 4. *Les taux de production chimique des espèces sont nuls :*

$$\dot{\omega}^i = 0 \quad (3.13)$$

Hypothèse 5. *En raison des "faibles" températures rencontrées (absence de combustion), les transferts d'énergie liés au rayonnement sont négligés.*

Hypothèse 6. *Les couches limites dynamique, thermique et massique sont confondues. Cette hypothèse se traduit physiquement par l'unicité des nombres de Prandtl et de Schmidt :*

$$Pr = Sc = 1 \quad (3.14)$$

Hypothèse 7. *Les propriétés thermophysiques sont considérées comme uniformes dans la couche limite. Elles sont calculées à une température et des fractions massiques de référence définies suivant la règle dite du "tiers" [23] :*

$$T_{g,f} = \frac{2}{3}T_{g,lg} + \frac{1}{3}T_{g,\infty} \quad (3.15)$$

$$Y_{g,f}^i = \frac{2}{3}Y_{g,lg}^i + \frac{1}{3}Y_{g,\infty}^i \quad (3.16)$$

Hypothèse 8. *L'écoulement longitudinal moyen au voisinage de l'interface liquide-gaz est supposé uniforme.*

Hypothèse 9. *L'effet Soret (thermodiffusion) est négligé : l'effet du gradient thermique sur la vitesse de diffusion des espèces n'est alors pas pris en considération.*

Hypothèse 10. *L'effet Dufour est négligé : l'effet du gradient de concentration des espèces sur le flux de chaleur n'est pas pris en considération.*

Hypothèse 11. *L'interface liquide-gaz est supposée être à l'équilibre thermodynamique.*

Hypothèse 12. *Les vitesses tangentielles sont supposées continues à travers l'interface liquide-gaz :*

$$u_{g,lg} = u_{l,lg} = u_{lg} \quad (3.17)$$

Hypothèse 13. *La vitesse de l'interface liquide-gaz est supposée faible devant la vitesse de l'écoulement gazeux non visqueux :*

$$u_{lg} \ll u_e \quad (3.18)$$

Hypothèse 14. *La phase liquide n'est constituée que d'une seule espèce.*

Hypothèse 15. *L'épaisseur du film liquide est supposée très petite devant les dimensions géométriques du problème représentées par la longueur l :*

$$\frac{h_l}{l} \sim \epsilon_l \quad (3.19)$$

Hypothèse 16. *Les propriétés physiques sont considérées comme uniformes dans la phase liquide et sont calculées à la température moyenne du film liquide.*

Hypothèse 17. *L'atomisation du film liquide est prise en compte au travers d'une corrélation donnant directement le débit de liquide atomisé en fonction des grandeurs thermodynamiques des écoulements liquide et gazeux. Le flux de masse associé à la phase dispersée est supposé quitter le film liquide directement sous forme gazeuse et non sous forme de gouttes.*

Hypothèse 18. *Les propriétés thermodynamiques de la phase dispersée "gazeuse" sont supposées identiques à celles de l'interface liquide-gaz :*

$$u_{atom} = u_{lg} \quad (3.20)$$

$$T_{atom} = T_{lg} \quad (3.21)$$

Hypothèse 19. *L'interface solide-liquide est supposée infinitésimale et caractérisée par la température de fusion du solide. Dans la réalité, la localisation de cette interface n'est pas si bien tranchée puisque le changement de phase se produit au sein d'une couche "pâteuse" dans laquelle il existe un gradient thermique.*

Hypothèse 20. *Les vitesses tangentielles sont supposées continues à travers l'interface solide-liquide. Il y a donc adhérence du film liquide à cette interface :*

$$u_{sl} = 0 \quad (3.22)$$

Hypothèse 21. *Le combustible solide n'est constitué que d'une seule espèce.*

Hypothèse 22. *Afin de conserver une géométrie monodimensionnelle, l'interface solide-liquide est supposée plane avec \mathbf{y} comme normale. Cette hypothèse implique donc la régression en faces parallèles du combustible solide.*

Hypothèse 23. *Les forces volumiques sont négligées.*

3.4 Mise en équations

3.4.1 Définition des termes sources de masse

Par définition, l'équation de conservation de la masse sous forme intégrale s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \left(\iiint_{\mathcal{V}} \rho \cdot d\mathcal{V} \right) + \iint_{\mathcal{S}} \rho (\mathbf{v} - \mathbf{v}_b) \cdot \mathbf{n} \cdot d\mathcal{S} = 0 \quad (3.23)$$

3.4.1.1 Terme source de masse dû à l'évaporation

L'évaporation du film liquide entraîne une augmentation de la masse de la phase gazeuse. Le flux de masse dû à l'évaporation du film liquide s'exprime alors par :

$$\dot{m}_{evap} = \frac{1}{\mathcal{S}} \frac{d}{dt} \left(\iiint_{\mathcal{V}} \rho_g \cdot d\mathcal{V} \right) = -\frac{1}{\mathcal{S}} \iint_{\mathcal{S}} \rho_g (\mathbf{v}_g - \mathbf{v}_{lg}) \cdot \mathbf{n}_g \cdot d\mathcal{S} \quad (3.24)$$

Dans le repère lié à l'interface liquide-gaz, la vitesse de cette interface est $\frac{Dy_{lg}}{Dt}$ qui, en régime stationnaire (hypothèse 1), se résume à $u_{lg} \frac{dy_{lg}}{dx}$. En utilisant cette remarque et le fait que l'injection est normale à la paroi, le flux de masse évaporé s'exprime alors par :

$$\dot{m}_{evap} = \rho_g \left(v_{g,lg} - u_{lg} \frac{dy_{lg}}{dx} \right) \quad (3.25)$$

Compte tenu de l'orientation du repère global, ce flux de masse est négatif.

3.4.1.2 Terme source de masse dû à la fusion

De même, la fusion du combustible peut se voir comme une diminution de sa masse totale au cours du temps. Le flux massique lié à la fusion du combustible se met alors sous la forme :

$$\dot{m}_{fus} = -\frac{1}{S} \frac{d}{dt} \left(\iiint_{\mathcal{V}} \rho_s \cdot d\mathcal{V} \right) = \frac{1}{S} \iint_S \rho_s (\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_{sl}) \mathbf{n}_s \cdot d\mathcal{S} \quad (3.26)$$

La vitesse de la phase solide étant nulle, ce terme a pour expression :

$$\dot{m}_{fus} = -\rho_s v_{sl} \quad (3.27)$$

Le débit provenant de la fusion du combustible est donc négatif.

3.4.2 Équations de bilan à travers les interfaces

3.4.2.1 Bilan de masse

L'équation de bilan de masse à travers une interface s'écrit, dans le cas général :

$$\iint_S [\rho_+ (\mathbf{v}_+ - \mathbf{v}_{b+}) - \rho_- (\mathbf{v}_- - \mathbf{v}_{b-})] \mathbf{n}_+ \cdot d\mathcal{S} = -\lim_{v \rightarrow 0} \left[\frac{d}{dt} \left(\iiint_{\mathcal{V}} \rho \cdot d\mathcal{V} \right) \right] \quad (3.28)$$

Bilan de masse à travers l'interface liquide-gaz

Concernant l'interface liquide-gaz, le membre de droite de l'équation bilan correspond au débit atomisé. À l'aide de la définition (3.25) et de l'hypothèse 12, ce bilan devient :

$$\rho_l \left(v_{l,lg} - u_{lg} \frac{dy_{lg}}{dx} \right) = \dot{m}_{atom} + \dot{m}_{evap} \quad (3.29)$$

Remarque 3.2. Dans le cas où il n'y a ni évaporation ni atomisation, les équations (3.29) et (3.25) montrent la continuité des vitesses transversales à l'interface liquide-gaz :

$$v_{l,lg} = v_{g,lg} = u_{lg} \frac{dy_{lg}}{dx} \quad (3.30)$$

Bilan de masse à travers l'interface solide-liquide

En utilisant la définition (3.27) ainsi que les hypothèses 20 et 22, le bilan de masse à travers l'interface solide-liquide se met sous la forme :

$$\rho_l v_{l,sl} = \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_s} \right) \dot{m}_{fus} \quad (3.31)$$

3.4.2.2 Bilan de quantité de mouvement

L'équation de bilan de quantité de mouvement à travers une interface s'écrit, dans le cas général :

$$\begin{aligned} & \iint_S [\rho_+ \mathbf{v}_+ ((\mathbf{v}_+ - \mathbf{v}_{b+}) \mathbf{n}_+) - \rho_- \mathbf{v}_- ((\mathbf{v}_+ - \mathbf{v}_{b-}) \mathbf{n}_+) - (\bar{\bar{\sigma}}_+ - \bar{\bar{\sigma}}_-) \mathbf{n}_+] \cdot d\mathcal{S} \\ &= \lim_{v \rightarrow 0} \left[\iiint_{\mathcal{V}} \rho \sum_{i=1}^{N_{esp}} Y^i \mathbf{f}^i \cdot d\mathcal{V} - \frac{d}{dt} \left(\iiint_{\mathcal{V}} \rho \mathbf{v} \cdot d\mathcal{V} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.32)$$

avec $\bar{\bar{\sigma}}$ le tenseur total des contraintes.

Bilan de quantité de mouvement à travers l'interface liquide-gaz

En prenant en compte le terme source lié à l'atomisation et en négligeant les forces volumiques (hypothèse 23), l'équation de conservation de la quantité de mouvement à travers l'interface liquide-gaz devient :

$$\begin{aligned} & \rho_g \left(v_{g,lg} - u_{lg} \frac{dy_{lg}}{dx} \right) \begin{bmatrix} u_{lg} \\ v_{g,lg} \end{bmatrix} - \rho_l \left(v_{l,lg} - u_{lg} \frac{dy_{lg}}{dx} \right) \begin{bmatrix} u_{lg} \\ v_{l,lg} \end{bmatrix} \\ & - \begin{bmatrix} \mu_g \frac{\partial u_g}{\partial y} \Big|_{lg} + \mu_g \frac{\partial v_g}{\partial x} \Big|_{lg} \\ -P_{g,lg} + 2\mu_g \frac{\partial v_g}{\partial y} \Big|_{lg} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu_l \frac{\partial u_l}{\partial y} \Big|_{lg} + \mu_l \frac{\partial v_l}{\partial x} \Big|_{lg} \\ -P_{l,lg} + 2\mu_l \frac{\partial v_l}{\partial y} \Big|_{lg} \end{bmatrix} = -\dot{m}_{atom} \begin{bmatrix} u_{atom} \\ v_{atom} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.33)$$

Tout d'abord, dans le cadre de l'hypothèse des films liquides minces (hypothèse 15), le terme $\mu_l \frac{\partial v_l}{\partial x} \Big|_{lg}$ est négligeable devant le terme $\mu_l \frac{\partial u_l}{\partial x} \Big|_{lg}$, de même que $\mu_g \frac{\partial v_g}{\partial x} \Big|_{lg}$ est négligeable devant le $\mu_g \frac{\partial u_g}{\partial x} \Big|_{lg}$. En utilisant ensuite l'équation (3.29) de bilan de masse, la définition (3.25) du flux évaporé ainsi que les hypothèses 12 et 18, la composante longitudinale du bilan précédent montre la conservation des contraintes de cisaillement à l'interface liquide-gaz :

$$\mu_g \frac{\partial u_g}{\partial y} \Big|_{lg} = \mu_l \frac{\partial u_l}{\partial y} \Big|_{lg} \quad (3.34)$$

Concernant la composante transversale, les termes de pression sont prépondérants devant les termes visqueux. De plus, les vitesses transversales à l'interface liquide-gaz étant très faibles ($v_{lg} \sim \frac{h}{t} u_{lg}$), la contribution des termes d'inertie peut être négligée devant celle des termes de pression. Cette équation devient donc :

$$P_{l,lg} = P_{g,lg} + \dot{m}_{atom} v_{lg} = P_g^* \quad (3.35)$$

Remarque 3.3. Dans le cas où il n'y a aucune atomisation, cette dernière équation montre la continuité des pressions à l'interface liquide-gaz :

$$P_{l,lg} = P_{g,lg} \quad (3.36)$$

Bilan de quantité de mouvement à travers l'interface solide-liquide

L'hypothèse d'adhérence à la paroi (hypothèse 20) permet de traiter rapidement l'équation de bilan de quantité de mouvement à travers l'interface solide-liquide. En effet, celle-ci donne :

$$\tau_{l,sl} = 0 \quad (3.37)$$

Les analyses dimensionnelles réalisées pour l'équation (3.35) restant valables, la composante transversale de ce bilan montre l'égalité des pressions à cette interface :

$$P_{l,sl} = P_{s,sl} \quad (3.38)$$

3.4.2.3 Bilan d'énergie

L'équation de bilan d'énergie à travers une interface s'écrit, dans le cas général :

$$\begin{aligned} & \iint_S [\rho_+ e_{t+} (\mathbf{v}_+ - \mathbf{v}_{b+}) - \rho_- e_{t-} (\mathbf{v}_- - \mathbf{v}_{b-}) + \mathbf{q}_+ - \mathbf{q}_- - \mathbf{v}_+ \bar{\bar{\sigma}}_+ + \mathbf{v}_- \bar{\bar{\sigma}}_-] \mathbf{n}_+ \cdot d\mathbf{S} \\ &= \lim_{v \rightarrow 0} \left[\iiint_{\mathcal{V}} q_{rad} \cdot d\mathcal{V} + \iiint_{\mathcal{V}} \rho \sum_{i=1}^{N_{esp}} Y^i \mathbf{f}^i (\mathbf{v} + \mathbf{V}^i) \cdot d\mathcal{V} - \frac{d}{dt} \left(\iiint_{\mathcal{V}} \rho e_t \cdot d\mathcal{V} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.39)$$

avec :

$$\mathbf{q} = -\lambda \nabla T \quad (3.40)$$

Par la suite, ce bilan d'énergie est écrit par l'intermédiaire de l'enthalpie.

Bilan d'énergie à travers l'interface liquide-gaz

Compte tenue des hypothèses retenues et des relations établies précédemment, le bilan d'énergie à l'interface liquide-gaz devient :

$$\dot{m}_{evap} (\eta_{l,lg} - \eta_{g,lg}) + \lambda_g \left. \frac{\partial T_g}{\partial y} \right|_{lg} - \lambda_l \left. \frac{\partial T_l}{\partial y} \right|_{lg} = 0 \quad (3.41)$$

ou encore, en introduisant la chaleur latente de vaporisation :

$$\lambda_l \left. \frac{\partial T_l}{\partial y} \right|_{lg} = \lambda_g \left. \frac{\partial T_g}{\partial y} \right|_{lg} - \dot{m}_{evap} L_{vap} \quad (3.42)$$

avec :

$$L_{vap} = \eta_{g,lg} - \eta_{l,lg} \quad (3.43)$$

Bilan d'énergie à travers l'interface solide-liquide

De façon analogue, le bilan d'énergie à travers l'interface solide-liquide se met sous la forme :

$$\lambda_l \left. \frac{\partial T_l}{\partial y} \right|_{sl} = \lambda_s \left. \frac{\partial T_s}{\partial y} \right|_{sl} + \dot{m}_{fus} L_{fus} \quad (3.44)$$

avec :

$$L_{fus} = \eta_{l,sl} \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_s} \right) - \eta_{s,sl} \quad (3.45)$$

3.4.2.4 Bilan d'espèce

Pour chaque espèce i de l'écoulement, l'équation de bilan de masse à travers une interface s'écrit, dans le cas général :

$$\begin{aligned} & \iint_S [\rho_+ Y_+^i (\mathbf{v}_+ + \mathbf{V}_+^i - \mathbf{v}_{b+}) - \rho_- Y_-^i (\mathbf{v}_- + \mathbf{V}_-^i - \mathbf{v}_{b-})] \mathbf{n}_+ \cdot d\mathbf{S} \\ &= \lim_{v \rightarrow 0} \left[\iiint_{\mathcal{V}} \dot{\omega}^i \cdot d\mathcal{V} - \frac{d}{dt} \left(\iiint_{\mathcal{V}} \rho Y^i \cdot d\mathcal{V} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.46)$$

avec :

$$\mathbf{V}^i = -\frac{\mathfrak{D}}{Y^i} \nabla Y^i \quad (3.47)$$

Bilan d'espèce à travers l'interface liquide-gaz

L'application de ce bilan à l'interface liquide-gaz donne, en négligeant la diffusion longitudinale de l'espèce :

$$\dot{m}_{evap} (Y_{l,lg}^i - Y_{g,lg}^i) = -\rho_g \mathfrak{D} \left. \frac{dY_g^i}{dy} \right|_{lg} \quad (3.48)$$

Puisque le film liquide n'est constitué que d'un composant (hypothèse 14), la fraction massique de l'espèce combustible sous état liquide est égale à 1 alors que celle pour toutes les autres espèces est nulle :

$$Y_{l,lg}^i = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq fu \\ 1 & \text{si } i = fu \end{cases} \quad (3.49)$$

3.4.3 Équations de l'écoulement non visqueux

L'objectif de cette partie est d'établir les équations auxquelles est soumis l'écoulement non visqueux considéré comme un mélange de fluides parfaits (hypothèse 2). En régime stationnaire (hypothèse 1), les équations de Navier-Stokes peuvent s'écrire de la façon suivante :

$$\nabla \cdot \rho \mathbf{v} = 0 \quad (3.50)$$

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) = -\nabla P + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}} + \sum_{i=1}^{Nesp} Y^i \mathbf{f}^i \quad (3.51)$$

$$\nabla \cdot \rho \eta_t \mathbf{v} = -\nabla \mathbf{q} + \nabla \cdot (\bar{\bar{\tau}} \cdot \mathbf{v}) + q_{rad} + \rho \sum_{i=1}^{Nesp} Y^i \mathbf{f}^i \mathbf{V}^i \quad (3.52)$$

$$\nabla \cdot \rho Y^i (\mathbf{v} + \mathbf{V}^i) = \dot{\omega}^i \quad (3.53)$$

Comme l'indique le nom de la méthode choisie pour la modélisation, ces équations sont, par la suite, intégrées sur la hauteur de la zone fluide considérée.

3.4.3.1 Équation de conservation de la masse

Pour un écoulement plan, l'équation de conservation de la masse s'écrit :

$$\frac{\partial \rho_g u_g}{\partial x} + \frac{\partial \rho_g v_g}{\partial y} = 0 \quad (3.54)$$

En utilisant la formule de Leibniz (équation (3.57)), l'intégration de cette équation entre les bornes de la zone de fluide parfait donne :

$$\frac{d}{dx} \left(\int_0^{y_{lg}-\delta} \rho_g u_g \cdot dy \right) - (\rho_g u_g)_{y_{lg}-\delta} \frac{d(y_{lg}-\delta)}{dx} - (\rho_g v_g)_{y_{lg}-\delta} = 0 \quad (3.55)$$

Dans cette partie de l'écoulement gazeux, les grandeurs thermodynamiques ne dépendent que de la position longitudinale. Par conséquent, l'équation intégrale de conservation de la masse a pour expression :

$$\rho_e (y_{lg}-\delta) \frac{du_e}{dx} + u_e (y_{lg}-\delta) \frac{d\rho_e}{dx} + (\rho_g v_g)_{y_{lg}-\delta} = 0 \quad (3.56)$$

Pour rappel, la formule de Leibniz utilisée pour l'inversion des dérivées partielles et des intégrales a pour expression :

$$\int_{a(\alpha)}^{b(\alpha)} \frac{\partial f(x, \alpha)}{\partial \alpha} \cdot dx = \frac{d}{d\alpha} \left(\int_{a(\alpha)}^{b(\alpha)} f(x, \alpha) \cdot dx \right) + f(a, \alpha) \frac{da(\alpha)}{d\alpha} - f(b, \alpha) \frac{db(\alpha)}{d\alpha} \quad (3.57)$$

3.4.3.2 Équation de conservation de la quantité de mouvement

Composante transversale

La composante transversale de l'équation de conservation de la quantité de mouvement pour un écoulement stationnaire et plan s'écrit :

$$\begin{aligned}
 \underbrace{\frac{\partial \rho_g u_g v_g}{\partial x} + \frac{\partial \rho_g v_g^2}{\partial y}}_{\mathcal{O}(1)} &= \underbrace{-\frac{\partial P_g}{\partial y}}_{\frac{\Delta y P_g}{\rho_g u_g^2} \frac{1}{Re} \mathcal{O}\left(\frac{1}{\epsilon_g^2}\right)} + \underbrace{\frac{4}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_g \frac{\partial v_g}{\partial y} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_g \frac{\partial u_g}{\partial x} \right)}_{\frac{1}{Re} \mathcal{O}\left(\frac{1}{\epsilon_g^2}\right)} \\
 &+ \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_g \frac{\partial v_g}{\partial x} \right)}_{\frac{1}{Re} \mathcal{O}(1)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_g \frac{\partial u_g}{\partial y} \right)}_{\frac{1}{Re} \mathcal{O}\left(\frac{1}{\epsilon_g^2}\right)} + \underbrace{\rho_g g_y}_{\text{négligé}}
 \end{aligned} \tag{3.58}$$

Dans l'application étudiée, les ordres de grandeur des différents termes sont généralement, en unité internationale, $h_g \sim 10^{-2}$ (*ie.* $\epsilon_g = 10^{-2}$), $u_g \sim 10^2$, $\mu_g \sim 10^{-5}$ et $\rho_g \sim 10$. Le nombre de Reynolds est donc de l'ordre de 10^8 .

En considérant l'analyse des ordres de grandeur, cette équation de conservation se simplifie pour aboutir à l'indépendance de la pression par rapport à la position transversale :

$$\frac{\partial P_g}{\partial y} = 0 \tag{3.59}$$

Composante longitudinale

Sous les mêmes hypothèses, l'équation de conservation de la quantité de mouvement projetée sur l'axe longitudinal s'écrit :

$$\begin{aligned}
 \underbrace{\frac{\partial \rho_g u_g^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho_g u_g v_g}{\partial y}}_{\mathcal{O}(1)} &= \underbrace{-\frac{\partial P_g}{\partial x}}_{\frac{\Delta y P_g}{\rho_g u_g^2} \frac{1}{Re} \mathcal{O}(1)} + \underbrace{\frac{4}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_g \frac{\partial u_g}{\partial x} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_g \frac{\partial v_g}{\partial y} \right)}_{\frac{1}{Re} \mathcal{O}(1)} \\
 &+ \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_g \frac{\partial u_g}{\partial y} \right)}_{\frac{1}{Re} \mathcal{O}\left(\frac{1}{\epsilon_g^2}\right)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_g \frac{\partial v_g}{\partial x} \right)}_{\frac{1}{Re} \mathcal{O}(1)} + \underbrace{\rho_g g_x}_{\text{négligé}}
 \end{aligned} \tag{3.60}$$

En simplifiant cette équation à l'aide de l'analyse des ordres de grandeur, celle-ci devient :

$$\frac{\partial \rho_g u_g^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho_g u_g v_g}{\partial y} = -\frac{dP_g}{dx} + \frac{d\tau_g}{dy} \tag{3.61}$$

avec :

$$\tau_g = \mu_g \frac{\partial u_g}{\partial y} \tag{3.62}$$

Puisque les contraintes de cisaillement aux extrémités de cette zone sont nulles, son intégration sur la hauteur de la zone de fluide parfait donne :

$$2\rho_e u_e (y_{lg} - \delta) \frac{du_e}{dx} + u_e^2 (y_{lg} - \delta) \frac{d\rho_e}{dx} + (\rho_g u_g v_g)_{y_{lg}-\delta} + (y_{lg} - \delta) \frac{dP_g}{dx} = 0 \tag{3.63}$$

En utilisant l'équation (3.56) de conservation de la masse, la relation précédente se met sous la forme suivante :

$$\rho_e u_e \frac{du_e}{dx} + \frac{dP_g}{dx} = 0 \tag{3.64}$$

3.4.3.3 Équation de conservation de l'énergie

L'écoulement gazeux étant supposé non réactif, sa température reste relativement basse. Les termes liés au rayonnement peuvent donc être négligés (hypothèse 5). Sous les hypothèses précédemment énoncées, l'équation de conservation de l'énergie, une fois simplifiée, s'écrit :

$$\frac{\partial \rho_g u_g \eta_{t,g}}{\partial x} + \frac{\partial \rho_g v_g \eta_{t,g}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial y} + \mu_g u_g \frac{\partial u_g}{\partial y} \right) \quad (3.65)$$

Les gradients transversaux étant nuls aux extrémités de l'écoulement non visqueux, l'intégration de cette équation sur la hauteur de la zone de fluide parfait donne :

$$\rho_e \eta_{t,e} (y_{lg} - \delta) \frac{du_e}{dx} + u_e \eta_{t,e} (y_{lg} - \delta) \frac{d\rho_e}{dx} + \rho_e u_e (y_{lg} - \delta) \frac{d\eta_{t,e}}{dx} + (\rho_g v_g \eta_{t,g})_{y_{lg}-\delta} = 0 \quad (3.66)$$

L'introduction de l'équation (3.56) de conservation de la masse dans la relation précédente montre la conservation de l'enthalpie totale dans le zone de fluide parfait :

$$\frac{d\eta_{t,e}}{dx} = 0 \quad (3.67)$$

3.4.3.4 Équation de conservation des espèces

En l'absence de réaction chimique, les taux de production des espèces sont nuls. Pour chaque espèce i de l'écoulement gazeux, l'équation de conservation de masse s'écrit :

$$\frac{\partial \rho_g u_g Y_g^i}{\partial x} + \frac{\partial \rho_g v_g Y_g^i}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho_g \mathfrak{D}_g^i \frac{\partial Y_g^i}{\partial y} \right) \quad (3.68)$$

La conservation des fractions massiques dans la zone de fluide parfait est alors démontrée de façon analogue à l'équation de conservation de l'énergie :

$$\frac{dY_e^i}{dx} = 0 \quad (3.69)$$

3.4.3.5 Modèles de fermeture

Les $N_{esp} + 4$ équations de Navier-Stokes ont précédemment été écrites dans la zone de fluide parfait. Toutefois, le système formé est composé de $N_{esp} + 7$ inconnues. Trois relations de fermeture doivent donc être ajoutées afin de résoudre ce système.

Relation d'état

L'écoulement gazeux étant supposé être un mélange idéal de gaz parfait, la première relation de fermeture à écrire correspond à l'équation d'état des gaz parfait :

$$P_g = \rho_g \left(\sum_{i=1}^{N_{esp}} Y_g^i r^i \right) T_g \quad (3.70)$$

avec :

$$r_i = \frac{R}{\mathcal{M}^i} \quad (3.71)$$

La dérivée logarithmique de cette expression donne alors, dans la zone de fluide parfait :

$$\frac{dP_g}{P_g} = \frac{d\rho_e}{\rho_e} + \sum_{i=1}^{N_{esp}} r^i \frac{dY_e^i}{Y_e^i} + \frac{dT_e}{T_e} \quad (3.72)$$

Bilan de masse dans la couche limite

L'équation (3.56) de conservation de la masse dans la zone de fluide parfait fait intervenir le flux de masse transversal de gaz au bord de la couche limite. Pour éliminer ce terme et le remplacer par le flux de masse à l'interface liquide-gaz, le bilan de masse est intégré sur l'épaisseur de la couche limite :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left(\int_{y_{lg}-\delta}^{y_{lg}} \rho_g u_g dy \right) \cdot dy - (\rho_g u_g)_{lg} \frac{dy_{lg}}{dx} + \rho_e u_e \frac{d(y_{lg} - \delta)}{dx} \\ + (\rho_g v_g)_{lg} - (\rho_g v_g)_{y_{lg}-\delta} = -\dot{m}_{atom} \end{aligned} \quad (3.73)$$

En utilisant la définition de l'épaisseur intégrale de déplacement (définition (3.8)) et en supposant la vitesse de l'interface liquide-gaz négligeable devant celle de l'écoulement non visqueux (hypothèse 13), la relation précédente se met sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \rho_e (\delta - \delta^*) \frac{du_e}{dx} + u_e (\delta - \delta^*) \frac{d\rho_e}{dx} - \rho_e u_e \frac{d\delta^*}{dx} - (\rho_g v_g)_{y_{lg}-\delta} \\ = -(\dot{m}_{evap} + \dot{m}_{atom}) - \rho_e u_e \frac{dy_{lg}}{dx} \end{aligned} \quad (3.74)$$

Bilan de quantité de mouvement dans la couche limite

En utilisant les hypothèses énoncées au début de ce chapitre, le bilan de quantité de mouvement dans la couche limite intégré sur l'épaisseur de la couche limite s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left(\int_{y_{lg}-\delta}^{y_{lg}} \rho_g u_g^2 dy \right) \cdot dy - (\rho_g u_g^2)_{lg} \frac{dy_{lg}}{dx} + \rho_e u_e^2 \frac{d(y_{lg} - \delta)}{dx} \\ + (\rho_g u_g v_g)_{lg} - (\rho_g u_g v_g)_{y_{lg}-\delta} = -\delta \frac{dP_g}{dx} + \tau_{g,lg} - \dot{m}_{atom} u_{lg} \end{aligned} \quad (3.75)$$

L'introduction de l'épaisseur intégrale de quantité de mouvement (définition (3.9)) et du bilan de masse dans la couche limite dans la relation précédente donne :

$$\begin{aligned} \rho_e u_e (\delta - \delta^* - 2\theta) \frac{du_e}{dx} - u_e^2 \theta \frac{d\rho_e}{dx} - \rho_e u_e^2 \frac{d\theta}{dx} - \delta \frac{dP_g}{dx} \\ = u_e (\dot{m}_{evap} + \dot{m}_{atom}) + \tau_{g,lg} \end{aligned} \quad (3.76)$$

3.4.3.6 Définition des grandeurs utilisées

Les trois relations de fermetures écrites ci-dessus font également apparaître trois nouvelles inconnues. Il est alors nécessaire de trouver trois nouveaux modèles de fermeture afin de résoudre le système d'équations dans la zone de fluide parfait.

Expression de l'enthalpie totale

Par définition, l'enthalpie totale s'exprime par :

$$\eta_t = \sum_{i=1}^{Nesp} Y^i \left(\eta_f^{oi} + \int_{T^o}^T c_p^i(\alpha) d\alpha \right) + \frac{1}{2} (u^2 + v^2) \quad (3.77)$$

La dérivation de cette expression donne, dans la zone de fluide parfait :

$$\frac{d\eta_{te}}{dx} = \sum_{i=1}^{Nesp} \eta_g^i \frac{Y_e^i}{dx} + c_{p,g}(T_e) \frac{dT_e}{dx} + u_e \frac{du_e}{dx} ; c_{p,g}(T_e) = \sum_{i=1}^{Nesp} Y^i c_p^i(T_e) \quad (3.78)$$

Expression des facteurs de forme

D'après les définitions (3.8) et (3.9), les facteurs de forme s'expriment par :

$$F_{\delta^*} = 1 - \frac{1}{\delta} \int_{y_{lg}-\delta}^{y_{lg}} \frac{\rho_g}{\rho_e} \frac{u_g - u_{g,lg}}{u_e - u_{g,lg}} \cdot dy \quad (3.79)$$

$$F_{\theta} = 1 - \frac{1}{\delta} \int_{y_{lg}-\delta}^{y_{lg}} \frac{\rho_g}{\rho_e} \left(\frac{u_g - u_{g,lg}}{u_e - u_{g,lg}} \right)^2 \cdot dy - F_{\delta^*} \quad (3.80)$$

Puisque les propriétés thermophysiques sont supposées uniforme dans la couche limite (hypothèse 7), il ne reste plus qu'à déterminer le profil de vitesse dans la couche limite pour exprimer ces facteurs de forme. Les données empiriques montrent que, dans le cas d'un écoulement non décollé à gradient de pression modéré, la vitesse longitudinale d'un écoulement de paroi peut se mettre sous la forme du profil de vitesse suivant :

$$\frac{u_g(y) - u_{lg}}{u_e - u_{lg}} = \begin{cases} \left(\frac{y_{lg} - y}{\delta} \right)^n & \text{si } y_{lg} - \delta \leq y \leq y_{lg} \\ 1 & \text{si } y_{lg} - \delta \leq y \end{cases} \quad (3.81)$$

avec n l'exposant de vitesse dépendant du nombre de Reynolds de l'écoulement.

Hypothèse 24. *Du fait des nombres de Reynolds rencontrés et puisque l'injection pariétale augmente le niveau de turbulence, l'écoulement est supposé pleinement turbulent. L'exposant de vitesse est donc égal à $1/7$.*

Grâce à cette hypothèse et au profil de vitesse donné à l'équation (3.81), ces facteurs s'expriment par :

$$F_{\delta^*} = \frac{\rho_e (n+1) - \bar{\rho}^{cl}}{\rho_e (n+1)} \quad (3.82)$$

$$F_{\theta} = \frac{\bar{\rho}^{cl}}{\rho_e} \frac{n}{(n+1)(2n+1)} \quad (3.83)$$

avec :

$$\bar{\rho}^{cl} = \frac{1}{\delta} \int_{y_{lg}-\delta}^{y_{lg}} \rho \cdot dy \quad (3.84)$$

Hypothèse 25. *Afin de simplifier les calculs futurs, il est supposé qu'en présence d'une injection pariétale, ces deux facteurs de forme sont constants.*

3.4.3.7 Synthèse

Avec l'ajout de ces relations de fermeture, le système d'équations dans l'écoulement non visqueux est fermé. En le simplifiant, celui-ci se met sous la forme matricielle $A \cdot X' = B$ avec :

$$A = \begin{bmatrix} \rho_e (y_{lg} - \delta F_{\delta^*}) & u_e (y_{lg} - \delta F_{\delta^*}) & -\rho_e u_e F_{\delta^*} & 0 & 0 \\ \rho_e u_e \delta (1 - F_{\delta^*} - 2F_{\theta}) & -u_e^2 \delta F_{\theta} & -\rho_e u_e^2 F_{\theta} & 0 & \delta \\ \rho_e u_e & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{\rho_e} & 0 & \frac{1}{T_e} & \frac{-1}{P_g} \\ u_e & 0 & 0 & c_{p,g}(T_e) & 0 \end{bmatrix} \quad (3.85)$$

$$X' = \begin{bmatrix} \frac{du_e}{dx} \\ \frac{d\rho_e}{dx} \\ \frac{d\delta}{dx} \\ \frac{dT_e}{dx} \\ \frac{dP_g}{dx} \end{bmatrix} \quad (3.86)$$

$$B = \begin{bmatrix} -(\dot{m}_{evap} + \dot{m}_{atom}) - \rho_e u_e \frac{dy_{lg}}{dx} \\ u_e (\dot{m}_{evap} + \dot{m}_{atom}) + \tau_{g,lg} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.87)$$

avec F_{δ^*} et F_θ les facteurs de forme définis respectivement par les relations (3.82) et (3.83).

La première ligne de ce système matriciel provient de la combinaison des équations de conservation de la masse intégrées sur l'épaisseur de l'écoulement non visqueux et de la couche limite (équations (3.56) et (3.74)). La deuxième ligne n'est autre que le bilan de quantité de mouvement intégrée sur l'épaisseur de la couche limite (équation (3.76)) appelé également équation de von Kàrmàn. Les trois dernières lignes correspondent respectivement aux équations (3.64), (3.72) et (3.78).

À ce système matriciel, il ne faut pas oublier d'ajouter les équations de conservation (3.67) de l'énergie et (3.69) des espèces.

3.4.4 Équations de la couche limite

La connaissance des grandeurs thermodynamiques dans la couche limite n'est pas nécessaire à la résolution du problème traité dans ce chapitre. Celle-ci requiert uniquement la connaissance de la contrainte de cisaillement et des flux de masse et d'énergie à l'interface liquide-gaz.

Il est cependant intéressant d'obtenir les évolutions longitudinales des grandeurs thermodynamiques dans la couche limite. Ces dernières sont obtenues grâce à l'analogie de Chilton-Colburn [60]. Dans le cas d'un écoulement turbulent et pour des nombres de Prandtl et de Schmidt compris respectivement entre 0.6 et 60 et 0.6 et 3000, cette analogie donne une relation entre les gradients de masse, d'énergie et de quantité de mouvement :

$$\frac{C_f}{2} = \frac{Nu}{Re \cdot Pr^{1/3}} \quad (3.88)$$

$$\frac{C_f}{2} = \frac{Sh}{Re \cdot Sc^{1/3}} \quad (3.89)$$

Les profils recherchés (vitesse, énergie et espèces) sont alors obtenus par intégration de ces relations. La connaissance préalable de l'un de ces gradients est toutefois nécessaire à cette intégration.

Le profil de vitesse dans la couche limite (équation (3.81)) pourrait être utilisé dans cette analogie. Il permettrait ainsi d'obtenir la valeur de contrainte de cisaillement et d'en déduire les flux de masse et d'énergie à l'interface liquide-gaz. Toutefois, ce profil ne représente pas correctement les phénomènes physiques apparaissant près de la paroi (sous-couche visqueuse, ...). Une corrélation donnant la contrainte de cisaillement à l'interface doit donc être utilisée.

3.4.4.1 Contrainte de cisaillement à l'interface liquide-gaz

Le frottement de l'écoulement gazeux sur le film liquide entraîne le développement de la couche limite. Ce frottement est généralement caractérisé par le coefficient C_f . Dans le cas d'un écoulement de paroi débitante, il est important de prendre en compte la modification de l'épaisseur de couche limite par l'injection pariétale. Cette correction est alors apportée par l'intermédiaire du rapport de blocage St/St_0 :

$$C_f = \frac{St}{St_0} C_{f_0} \quad (3.90)$$

avec C_{f_0} le coefficient de frottement en l'absence de soufflage exprimé par :

$$\frac{C_{f_0}}{2} = \frac{0.0296}{Re_x^{0.2}} \quad (3.91)$$

De nombreux auteurs, dont une liste non exhaustive est fournie par Pelletier [55], ont proposé une expression pour le rapport de blocage. Dans cette étude, la corrélation suivante, dépendant uniquement du nombre de transfert de masse de Spalding, est utilisée :

$$\frac{St}{St_0} = \left[\frac{\ln(1 + B_M)}{B_M} \right]^{0.2} \left[\frac{1 + 1.3B_M + 0.364B_M^2}{\left(1 + \frac{B_M}{2}\right)^2 (1 + B_M)} \right]^{0.2} \quad (3.92)$$

Cette corrélation correspond à celle la corrélation exprimée par Marxman et Wooldridge [46] dans laquelle la définition énergétique du nombre de Spalding (relation (2.4)) a été remplacée par la définition généralement rencontrée lors de l'étude des phases liquides (films et gouttes) :

$$B_M = \frac{Y_{g,lg}^{fu} - Y_g^{fu}}{1 - Y_{g,lg}^{fu}} \quad (3.93)$$

La contrainte de cisaillement à l'interface liquide-gaz s'exprime donc finalement par :

$$\begin{aligned} \tau_{g,lg} &= \frac{1}{2} \rho_e u_e^2 C_f \\ &= 0.0296 \frac{\rho_e u_e^2}{Re_x^{0.2}} \left[\frac{\ln(1 + B_M)}{B_M} \right]^{0.2} \left[\frac{1 + 1.3B_M + 0.364B_M^2}{\left(1 + \frac{B_M}{2}\right)^2 (1 + B_M)} \right]^{0.2} \end{aligned} \quad (3.94)$$

3.4.4.2 Flux thermique gazeux à l'interface liquide-gaz

Le mécanisme de dégradation du combustible est gouverné par les transferts de masse et d'énergie au sein des différentes phases rencontrées. La modélisation du flux thermique à l'interface liquide-gaz issu de l'écoulement gazeux est donc d'une première importance dans la mesure où il permet la dégradation du combustible. Il est donc exprimé par l'intermédiaire de l'équation (3.88) de l'analogie de Chilton-Colburn. En utilisant la définition des nombres adimensionnés apparaissant dans cette relation, celle-ci s'écrit de la façon suivante :

$$\frac{1}{T_\infty - T_{lg}} \frac{\partial T_g}{\partial y} \Big|_{lg} = \frac{\tau_{g,lg}}{\mu_g u_e} Pr^{1/3} \quad (3.95)$$

Le flux thermique à l'interface liquide-gaz a donc pour expression :

$$\lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial y} \Big|_{lg} = \frac{c_{p,g}}{u_e} (T_e - T_{lg}) \tau_{g,lg} \quad (3.96)$$

puisque le nombre de Prandtl est supposé unitaire (hypothèse 6).

3.4.4.3 Flux de masse évaporé

L'équation de conservation de l'espèce combustible s'écrit :

$$\frac{\partial \rho_g u_g b}{\partial x} + \frac{\partial \rho_g v_g b}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho_g \mathfrak{D} \frac{db}{dy} \right) = 0 \quad (3.97)$$

avec :

$$b = \frac{Y_g^{fu}}{Y_{g,lg}^{fu} - Y_{l,lg}^{fu}} \quad (3.98)$$

L'intégration de cette relation entre une position proche de l'interface liquide-gaz et cette interface donne :

$$\begin{aligned} & \frac{d\overline{\rho_g u_g b}(y_{lg} - y)}{dx} + \rho_g b_{lg} \left(v_{g,lg} - u_{lg} \frac{dy_{lg}}{dx} \right) - \rho_g b(y) \left(v_g(y) - u_g(y) \frac{dy}{dx} \right) \\ &= \rho_g \mathfrak{D} \left. \frac{db}{dy} \right|_{lg} - \rho_g \mathfrak{D} \frac{db}{dy} \end{aligned} \quad (3.99)$$

En utilisant le bilan d'espèce à l'interface liquide-gaz (équation (3.48)) et l'hypothèse 8 selon laquelle l'écoulement longitudinal moyen au voisinage de l'interface liquide-gaz est supposé uniforme, cette équation devient :

$$\dot{m}_{evap} (b_{lg} - b + 1) = -\rho_g \mathfrak{D} \frac{db}{dy} \quad (3.100)$$

Une nouvelle intégration entre les mêmes bornes permet d'obtenir le flux massique évaporé :

$$\dot{m}_{evap} = \frac{-\rho_g \mathfrak{D}}{y_{lg} - y} \ln(1 + B_M) \quad (3.101)$$

qui peut également s'écrire, puisque le nombre de Schmidt est unitaire (hypothèse 6) :

$$\dot{m}_{evap} = \frac{-\mu_g}{y_{lg} - y} \ln(1 + B_M) \quad (3.102)$$

Pour déterminer le flux de masse évaporé par l'intermédiaire de l'équation (3.102), les fractions massiques de combustible sous état gazeux proche de l'interface liquide-gaz et à cette interface doivent être connues. L'écoulement gazeux étant constitué d'un mélange idéal de gaz parfait (hypothèse 2), la fraction massique de combustible gazeux à l'interface liquide-gaz peut être calculée à partir de la loi de Raoult :

$$X_{g,lg}^{fu} P_g = X_{l,lg}^{fu} P_{sat}(T_{lg}) \quad (3.103)$$

la pression de vapeur saturante étant donnée par la relation d'Antoine ou de Clausius-Clapeyron.

Toutefois, la fraction massique de combustible dans la couche limite n'est connue qu'au bord extérieur de cette dernière. Le flux de masse est donc approximé puisque l'écoulement gazeux ne peut pas être considéré comme uniforme dans cette région de l'écoulement.

3.4.4.4 Flux de masse atomisée

Le flux de masse atomisé est modélisé grâce à la corrélation développée par Sawant et *al.* (cf. section 2.3.1) :

$$E = - \left(1 - \frac{250 \ln(Re_l) - 1265}{Re_l} \right) \tanh \left(2.31 \cdot 10^{-4} Re_l^{-0.35} We^{*1.25} \right) \quad (3.104)$$

le signe $-$ provenant du fait que le débit atomisé doit être négatif, en accord avec le flux de masse évaporé.

Bien que les auteurs aient développé une corrélation plus complexe pour rendre compte du seuil en deçà duquel aucune atomisation n'est possible, celle-ci n'a pas été retenue pour cette modélisation pour des raisons de simplicité et d'adaptabilité. En effet, les corrélations sont

développées sur base d'essais réalisés avec le couple de fluide air-eau. Or, dans le cadre de cette étude, le couple utilisé présente des propriétés thermophysiques relativement différentes. Les corrélations doivent donc être adaptées pour rendre compte de ce changement. Il est alors plus aisé de modifier une corrélation présentant une expression simple.

La fraction atomisée E correspond au rapport entre les flux de masse atomisé et liquide. Compte tenu des surfaces sur lesquelles se produisent les différents phénomènes physiques (figure 3.2), la fraction atomisée a pour expression :

$$E = \frac{\dot{m}_{atom}}{\frac{h_l}{l} \rho_l \bar{u}_l - \dot{m}_{fus} + \dot{m}_{evap}} \quad (3.105)$$

l étant la longueur du film liquide.

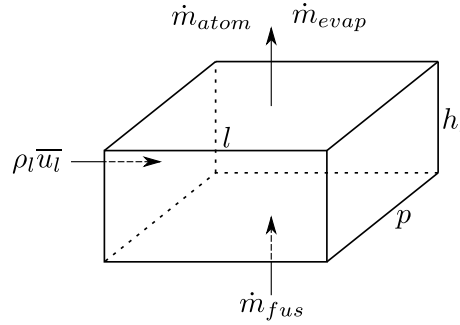


FIGURE 3.2 – Surfaces sur lesquelles se produisent les transferts de masse dans la phase liquide

3.4.5 Équations de la phase solide

Le combustible solide étant soumis au flux de chaleur provenant du film liquide, un gradient thermique se développe au sein de cette phase. Le profil thermique à l'intérieur du bloc solide est donc déterminé par la résolution de l'équation de l'énergie.

3.4.5.1 Équation de l'énergie

L'équation de l'énergie dans le combustible solide est écrite en se plaçant dans le repère lié à l'interface solide-liquide. Celle-ci s'écrit alors, en négligeant la diffusion longitudinale de la chaleur :

$$\frac{d}{dy} \left(\lambda_s \frac{dT_s}{dy} \right) - \dot{m}_{fus} c_{p,s} \frac{dT_s}{dy} = 0 \quad (3.106)$$

avec $\dot{m}_{fus} \leq 0$.

Le profil de température recherché est donc de la forme :

$$T_s(y) = c_1 + c_2 \exp \left[\frac{\dot{m}_{fus} c_{p,s}}{\lambda_s} (y - y_{sl}) \right] \quad (3.107)$$

Hypothèse 26. Afin de simplifier l'expression de la température dans la phase solide, cette dernière est considérée comme un milieu semi-infini.

Les conditions aux limites sont donc :

$$T_s(y = y_{sl}) = T_{sl} \quad (3.108)$$

$$T_s(y \rightarrow \infty) = T_{amb} \quad (3.109)$$

L'évolution de la température dans le combustible solide et le flux de chaleur à l'interface solide-liquide sont donnés respectivement par :

$$T_s(y) = T_{amb} + (T_{sl} - T_{amb}) \exp \left[\frac{\dot{m}_{fus} c_{p,s}}{\lambda_s} (y - y_{sl}) \right] \quad (3.110)$$

$$\lambda_s \left. \frac{dT_s}{dy} \right|_{sl} = \dot{m}_{fus} c_{p,s} (T_{sl} - T_{amb}) \quad (3.111)$$

avec $T_{sl} = T_{fus}$, la température de fusion du combustible liquide.

Remarque 3.4. L'hypothèse précédente n'est pas obligatoire puisque l'équation de l'énergie peut très bien se résoudre dans le cas d'un combustible d'épaisseur finie. L'expression de la température serait plus complexe. Toutefois, en imposant deux conditions aux limites de température, le cas général pose des problèmes de discontinuité lorsque l'épaisseur du combustible devient très petite. Pour les résoudre, il faudrait se donner une condition aux limites de type flux à l'interface paroi-solide, condition inconnue à cette interface.

3.4.6 Équations du film liquide

Cette partie décrit la façon dont les équations gouvernant le film liquide sont obtenues à partir des équations générales de la mécanique des fluides. L'épaisseur du film liquide étant très petite devant les grandeurs macroscopiques de l'écoulement (hypothèse 15), la résolution des équations de Navier-Stokes intégrées sur la hauteur de la phase liquide conduit au développement des équations de Saint-Venant.

3.4.6.1 Équation de conservation de la masse

En utilisant l'hypothèse de stationnarité (hypothèse 1) et la formule de Leibniz (équation (3.57)), l'intégration de l'équation de conservation de la masse sur la hauteur du film liquide donne :

$$\frac{d}{dx} \int_{y_{lg}}^{y_{sl}} \rho_l u_l \cdot dy + \rho_l v_{l,sl} - \rho_l \left(v_{l,lg} - u_{lg} \frac{dy_{lg}}{dx} \right) = 0 \quad (3.112)$$

Les propriétés thermophysiques du film liquide étant uniformes (hypothèse 16), cette équation devient, en utilisant les bilans de masse aux interfaces (équations (3.29) et (3.31)) :

$$\frac{d\rho_l \bar{u}_l h_l}{dx} = -\dot{m}_{fus} \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_s} \right) + \dot{m}_{evap} + \dot{m}_{atom} \quad (3.113)$$

3.4.6.2 Équation de conservation de la quantité de mouvement

L'équation de conservation de la quantité de mouvement peut être résolue suivant différents modèles. Le premier, dit "modèle à une équation", suppose l'équilibre local du film. Il est appelé ainsi car la vitesse du film est calculée analytiquement en fonction de l'épaisseur de la phase liquide et seule l'équation intégrale de conservation de la masse est résolue. L'hypothèse d'équilibre local implique alors que les forces d'inertie seraient négligées.

Dans le modèle dit "à deux équations", l'équilibre local n'est plus vérifié. L'équation intégrale de conservation de la quantité de mouvement est résolue en plus de l'équation intégrale de conservation de la masse.

Hypothèse 27. *Dans le cadre de cette étude, le modèle "à une équation" est utilisé. Les forces d'inertie sont alors négligeables devant les autres termes des équations de conservation de la quantité de mouvement.*

Afin de simplifier la présentation de l'analyse dimensionnelle, les équations de conservation de la quantité de mouvement sont écrites sous forme scalaire et non matricielle. Dans le film liquide, les équations vérifiées par les deux composantes de la vitesse sont :

$$\frac{\partial \rho_l u_l^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho_l u_l v_l}{\partial y} = -\frac{\partial P_l}{\partial x} + \mu_l \left(\frac{\partial^2 u_l}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_l}{\partial y^2} \right) + \rho_l g_x \quad (3.114)$$

$$\frac{\partial \rho_l u_l v_l}{\partial x} + \frac{\partial \rho_l v_l^2}{\partial y} = -\frac{\partial P_l}{\partial y} + \mu_l \left(\frac{\partial^2 v_l}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_l}{\partial y^2} \right) + \rho_l g_y \quad (3.115)$$

L'hypothèse d'un film mince (hypothèse 15) permet de négliger, dans chacune de ces équations, le terme de diffusion longitudinal $\mu_l \frac{\partial^2}{\partial x^2}$ devant le terme de diffusion transversal $\mu_l \frac{\partial^2}{\partial y^2}$. Ces équations deviennent alors :

$$\underbrace{\frac{\partial \rho_l u_l^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho_l u_l v_l}{\partial y}}_{\mathcal{O}(1)} = \underbrace{-\frac{\partial P_l}{\partial x}}_{\frac{\Delta_x P_l}{\rho_l u_l^2} \mathcal{O}(1)} + \underbrace{\mu_l \frac{\partial^2 u_l}{\partial y^2}}_{\frac{1}{Re} \mathcal{O}\left(\frac{1}{\epsilon_l}\right)} + \underbrace{\rho_l g_x}_{\frac{1}{Fr^2} \mathcal{O}\left(\frac{1}{\epsilon_l}\right)} \quad (3.116)$$

$$\underbrace{\frac{\partial \rho_l u_l v_l}{\partial x} + \frac{\partial \rho_l v_l^2}{\partial y}}_{\mathcal{O}(1)} = \underbrace{-\frac{\partial P_l}{\partial y}}_{\frac{\Delta_y P_l}{\rho_l u_l^2} \mathcal{O}\left(\frac{1}{\epsilon_l^2}\right)} + \underbrace{\mu_l \frac{\partial^2 v_l}{\partial y^2}}_{\frac{1}{Re} \mathcal{O}\left(\frac{1}{\epsilon_l}\right)} + \underbrace{\rho_l g_y}_{\frac{1}{Fr^2} \mathcal{O}\left(\frac{1}{\epsilon_l^2}\right)} \quad (3.117)$$

Dans l'application étudiée, les ordres de grandeur des différents termes sont généralement, en unité internationale, $h_l \sim 10^{-4}$, (ie. $\epsilon_l \sim 10^{-4}$), $u_l \sim 10^{-1}$, $\mu_l \sim 10^{-3}$ et $\rho_l \sim 10^3$. Ainsi, $Re \sim 10$ et $Fr^2 \sim 10$ et les termes d'inertie sont bien négligeables devant les autres termes. L'hypothèse de l'équilibre local du film liquide est donc valable.

Pour l'équation portant sur la composante transversale de la vitesse, l'analyse dimensionnelle réalisée laisse supposer que la pression est hydrostatique :

$$\frac{\partial P_l}{\partial y} = \rho_l g_y \quad (3.118)$$

La résolution de cette dernière donne, en considérant la condition limite donnée par le bilan de quantité de mouvement à l'interface liquide-gaz (équation (3.35)) :

$$P_l(y) = P_g^* + \rho_l g_y (y - y_{lg}) \quad (3.119)$$

Concernant la composante longitudinale de la vitesse, les simplifications retenues montrent que la quantité de mouvement peut se réduire à :

$$\mu_l \frac{\partial^2 u_l}{\partial y^2} = \frac{\partial P_l}{\partial x} - \rho_l g_x \quad (3.120)$$

qui se ré-écrit, en utilisant l'équation (3.119) :

$$\mu_l \frac{\partial^2 u_l}{\partial y^2} = - \left(\rho_l g_x + \rho_l g_y \frac{dy_{lg}}{dx} - \frac{\partial P_g^*}{\partial x} \right) = -\Gamma \quad (3.121)$$

L'intégration de cette équation à l'aide des conditions limites données d'une part par l'hypothèse d'adhérence à la paroi (hypothèse 20) et, d'autre part, par la relation (3.34) donne :

$$u_l(y) = \frac{-\Gamma}{2\mu_l} (y - y_{lg})^2 + \frac{\tau_{g,lg}}{\mu_l} (y_{sl} - y) + \frac{\Gamma h_l}{2\mu_l} \quad (3.122)$$

La vitesse moyenne du film liquide, utilisée dans l'équation intégrale de conservation de la masse, a alors pour expression :

$$\overline{u_l} = \frac{\Gamma}{3\mu_l} h_l^2 + \frac{\tau_{g,lg}}{2\mu_l} h_l \quad (3.123)$$

3.4.6.3 Équation de conservation de l'énergie

L'énergie cinétique de la phase liquide étant très petite devant son enthalpie, elle peut être négligée dans l'expression de l'enthalpie totale. Par conséquent, en ne conservant que les termes prépondérants, l'équation de l'énergie s'écrit :

$$\frac{\partial \rho_l u_l \eta_l}{\partial x} + \frac{\partial \rho_l v_l \eta_l}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_l \frac{\partial T_l}{\partial y} \right) \quad (3.124)$$

En intégrant cette équation sur la hauteur du film liquide, celle-ci devient :

$$\frac{d \rho_l \overline{u_l \eta_l} h_l}{dx} = \rho_l \eta_{l,lg} \left(v_{l,lg} - u_{lg} \frac{dy_{lg}}{dx} \right) - \rho_l v_{l,sl} \eta_{l,sl} + \lambda_l \left. \frac{\partial T_l}{\partial y} \right|_{sl} - \lambda_l \left. \frac{\partial T_l}{\partial y} \right|_{lg} \quad (3.125)$$

Dans le cas d'un profil de vitesse parabolique, une approximation couramment effectuée dans la résolution des équations de Saint-Venant est :

$$\overline{u_l \eta_l} = \frac{6}{5} \overline{u_l} \cdot \overline{\eta_l} + \mathcal{O}(1) \approx \overline{u_l} \cdot \overline{\eta_l} \quad (3.126)$$

Utilisant cette approximation ainsi que les bilans de masse et d'énergie aux interfaces solide-liquide et liquide-gaz (cf. section 3.4.2), l'équation de conservation de l'énergie prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} \frac{d \rho_l \overline{u_l} \cdot \overline{\eta_l} h_l}{dx} &= \lambda_s \left. \frac{\partial T_s}{\partial y} \right|_{sl} - \lambda_g \left. \frac{\partial T_g}{\partial y} \right|_{lg} + \dot{m}_{fus} \left(L_{fus} - \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_s} \right) \eta_{l,sl} \right) \\ &+ \dot{m}_{evap} (L_{vap} + \eta_{l,lg}) + \dot{m}_{atom} \eta_{l,lg} \end{aligned} \quad (3.127)$$

En incorporant l'équation de conservation de la masse dans la phase liquide (équation (3.113)), l'expression du flux thermique dans la phase solide (équation (3.111)) et la définition du flux atomisé (équation (3.105)), l'équation ci-dessus devient :

$$\begin{aligned} \rho_l \overline{u_l} \frac{dh_l \overline{\eta_l}}{dx} - \rho_l \overline{u_l \eta_l} \frac{dh_l}{dx} &= -\lambda_g \left. \frac{\partial T_g}{\partial y} \right|_{lg} \\ &+ \dot{m}_{fus} \left[L_{fus} + c_{p,s} (T_{sl} - T_{amb}) + \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_s} \right) (\overline{\eta_l} - \eta_{l,sl}) - E (\eta_{l,lg} - \overline{\eta_l}) \right] \\ &+ \dot{m}_{evap} [L_{vap} + (1 + E) (\eta_{l,lg} - \overline{\eta_l})] + \frac{E \rho_l \overline{u_l} h_l}{l} (\eta_{l,lg} - \overline{\eta_l}) \end{aligned} \quad (3.128)$$

qui se ré-écrit, en remplaçant l'enthalpie par la température :

$$\begin{aligned} \rho_l \overline{u_l} c_{p,l} \frac{d h_l \overline{T_l}}{dx} - \rho_l c_{p,l} \overline{u_l T_l} \frac{dh_l}{dx} &= -\lambda_g \left. \frac{\partial T_g}{\partial y} \right|_{lg} \\ &+ \dot{m}_{fus} \left[L_{fus} + c_{p,s} (T_{sl} - T_{amb}) + \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_s} \right) c_{p,l} (\overline{T_l} - T_{sl}) - E c_{p,l} (T_{lg} - \overline{T_l}) \right] \\ &+ \dot{m}_{evap} \left[L_{vap} + (1 + E) c_{p,l} (T_{lg} - \overline{T_l}) \right] + \frac{E \rho_l c_{p,l} \overline{u_l} h_l}{l} (T_{lg} - \overline{T_l}) \end{aligned} \quad (3.129)$$

3.4.6.4 Modèle de fermeture

Afin de résoudre les équations de la phase liquide, une relation de fermeture doit être ajoutée. L'épaisseur du film liquide étant supposée très petite devant les longueurs macroscopiques de l'écoulement (hypothèse 15), le profil de température peut-être supposé, à tout instant, à l'équilibre, c'est-à-dire linéaire dans la direction de la normale à la paroi. Il est donc défini à partir de deux conditions limites qui, dans le cas considéré, sont les températures T_{lg} à l'interface liquide-gaz et

T_{sl} à l'interface solide-liquide. Le profil de température dans le film liquide est alors donné par l'expression :

$$T_l(y) = T_{sl} + \frac{T_{lg} - T_{sl}}{h_l} (y_{sl} - y) \quad (3.130)$$

La température moyenne du film liquide est alors :

$$\overline{T}_l(x) = \frac{1}{2} (T_{sl} + T_{lg}) \quad (3.131)$$

3.4.6.5 Synthèse

L'ensemble des équations nécessaires à la résolution du film liquide viennent d'être démontrées dans cette partie. Elles se basent sur une formulation monodimensionnelle du problème dans laquelle seule l'équation intégrale (3.113) de conservation de la masse est résolue. La résolution de la quantité de mouvement permet d'obtenir une relation explicite entre la vitesse moyenne de la phase liquide et sa hauteur (équation (3.122)) tandis que la résolution de l'équation de l'énergie donne une relation entre le flux de masse lié à la fusion du combustible et la hauteur du film (équation (3.129)).

Toutefois, pour résoudre cette équation, il est nécessaire d'avoir la valeur de la température à l'interface liquide-gaz. Cette interface étant en équilibre thermodynamique (hypothèse 11), sa température est fournie par l'intermédiaire du bilan d'énergie à cette intersection (3.42) et du choix du profil thermique dans la phase liquide :

$$T_{lg} = T_{sl} - \frac{h_l}{\lambda_l} \left(\lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial y} \Big|_{lg} - \dot{m}_{evap} L_{vap} \right) \quad (3.132)$$

3.4.7 Synthèse des équations

Ce chapitre a été consacré à la modélisation de la régression des combustibles liquéfiables dans le cas particulier d'un écoulement 2D plan en l'absence de combustion. Les équations présentées sont souvent connues depuis bien longtemps mais leur écriture permet de montrer les principales étapes de cette modélisation et le couplage entre les différents termes apparaissant dans le système formé. La figure 3.3 présente l'algorithme nécessaire à la résolution de ces équations. La mise en œuvre de cet algorithme est décrite dans le chapitre 5.

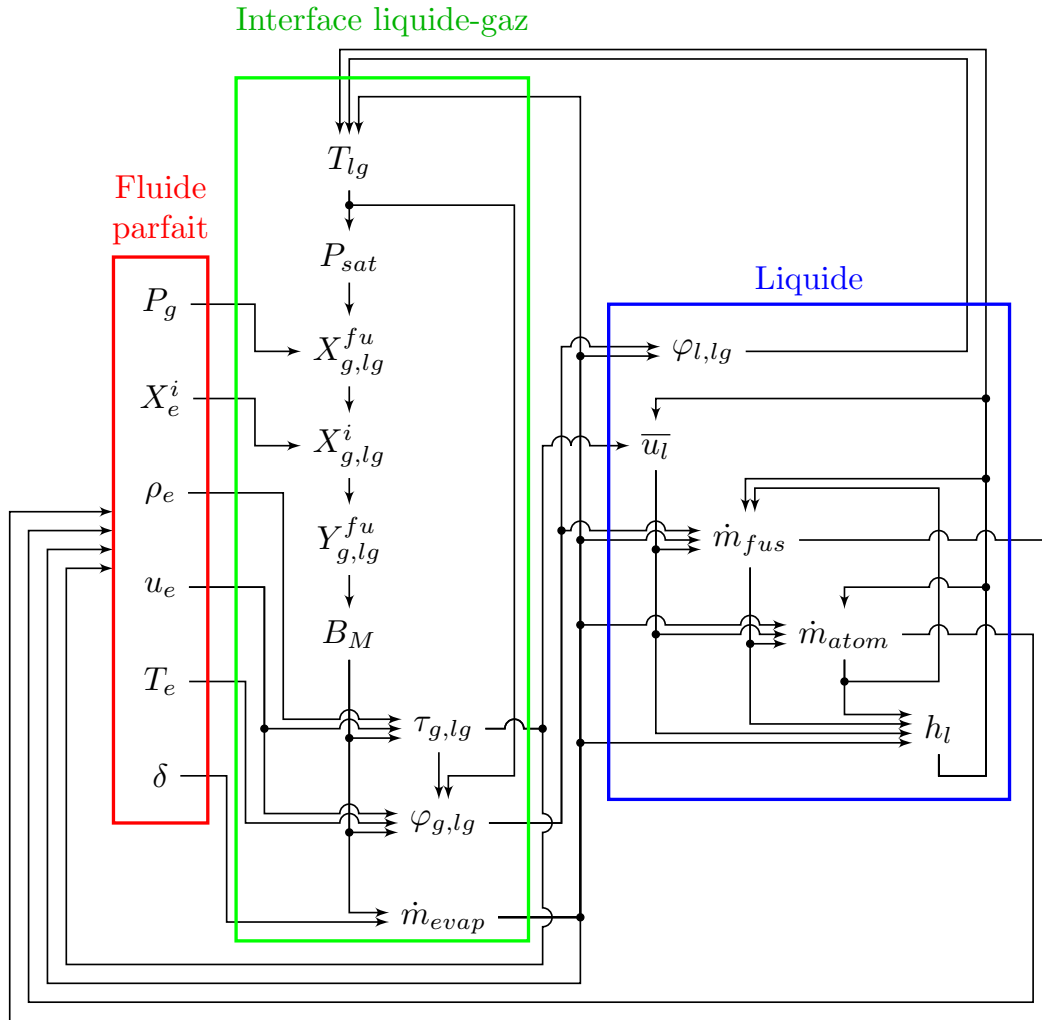


FIGURE 3.3 – Algorithme simplifié de modélisation de la régression - écoulement plan sans combustion

Chapitre 4

Modélisation de la régression : environnement moteur

Sommaire

4.1 Description du problème	63
4.1.1 Écoulement réactif	64
4.1.2 Rayonnement	65
4.2 Hypothèses	65
4.3 Modèle de combustion	67
4.3.1 Approximation de Shvab-Zel'dovich	67
4.3.2 Types de cinétique chimique	69
4.4 Mise en équations	69
4.4.1 Équation dans la couche limite	70
4.4.2 Équation dans la phase solide	71
4.4.3 Synthèse des équations	72

Le chapitre précédent a présenté l'ensemble des équations à résoudre pour modéliser la régression d'un combustible liquéfiable dans le cas particulier d'un écoulement plan en l'absence de réaction chimique. L'objectif du présent chapitre est donc de modéliser la régression de ces combustibles dans le cas général, c'est-à-dire pour un écoulement axisymétrique avec combustion, configuration représentative de l'écoulement rencontré dans un moteur hybride.

Le détail de toutes les équations n'est pas donné ci-dessous puisqu'une grande partie n'est qu'une réécriture en axisymétrique de celles présentées précédemment. Elles sont cependant détaillées en annexe A. Ce chapitre propose alors une description du modèle de combustion choisi et des modifications engendrées par la réaction chimique dans les équations.

4.1 Description du problème

Comme présenté sur la figure 4.1, ce chapitre considère un écoulement axisymétrique en présence de combustion. La régression du combustible solide résulte donc d'un couplage entre l'atomisation et l'évaporation du film liquide et la réaction chimique, cette dernière modifiant les transferts de masse et d'énergie dans la couche limite.

Comme dans le cas de la modélisation d'un écoulement plan, l'écoulement gazeux peut être séparé en deux zones distinctes. La première rend compte du développement de la couche limite à l'intérieur du canal de combustible (configuration I) tandis que dans la seconde, l'écoulement

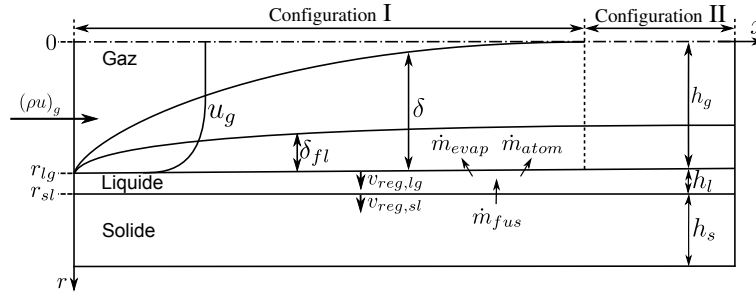


FIGURE 4.1 – Configuration modélisée lors d'un écoulement réactif, bi-dimensionnel et axisymétrique

gazeux est pleinement établi (configuration II). Toutefois, pour les mêmes raisons que celles annoncées dans le chapitre précédent, seule la première partie de l'écoulement est considérée ici.

4.1.1 Écoulement réactif

La couche limite est le siège d'une réaction chimique entre l'oxydant et le combustible présent sous phase gazeuse. Dans le cas présent, le phénomène de combustion hybride met en jeu une flamme de structure complexe maintenue au sein de la couche limite dynamique et se développant le long du canal de combustible. D'un côté, la réaction entre l'oxydant et le combustible gazeux issu de l'évaporation du film liquide est à l'origine du développement d'une flamme de diffusion classique. D'un autre côté, la combustion des gouttelettes atomisées entraîne la création de multiples flammes de diffusion dans les régions de l'écoulement où elles sont transportées. D'un point de vue macroscopique, la résultante des ces flammes peut se voir comme une flamme de diffusion dont l'épaisseur serait supérieure à celle d'une flamme de diffusion classique.

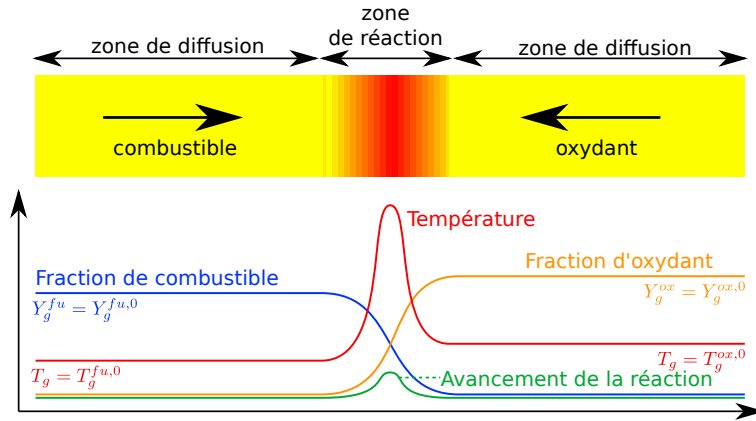


FIGURE 4.2 – Principe d'une flamme de diffusion

Le flamme de diffusion est une structure de combustion où le mélange des réactifs, initialement séparés, s'effectue par diffusion (laminaire ou turbulente) et détermine la zone de réaction. Le combustible gazeux se trouve d'un côté de la flamme tandis que l'oxydant se trouve de l'autre. Les produits de combustion sont, quant à eux, diffusés de part et d'autre de cette dernière. L'hypothèse d'une flamme de diffusion implique également que les réactifs sont entièrement consommés dans la zone de combustion (figure 4.2). Ce processus peut être représenté de manière convenable par un modèle idéal traitant la zone de flamme comme une ligne de discontinuité des gradients de température et de composition, celle-ci étant alors séparée d'une distance δ_{fl} de la paroi.

4.1.2 Rayonnement

La température étant particulièrement élevée au sein de la zone de combustion, certaines espèces chimiques comme la vapeur d'eau émettent un rayonnement important. Le flux thermique pariétal s'en trouve alors augmenté, favorisant ainsi les transferts de masse entre l'interface et la zone de flamme. La prise en compte du rayonnement thermique permet donc de reproduire cette augmentation sur la vitesse de régression (section 2.1.3).

Dans le cas général, la répartition du flux thermique issu du rayonnement s'effectue par l'intermédiaire de coefficients permettant de caractériser l'émissivité $\varepsilon_{\lambda,Ox}$, l'absorptivité $\alpha_{\lambda,Ox}$, la réflectivité $\rho_{\lambda,Ox}$ et la transmittivité $\tau_{\lambda,Ox}$ d'un milieu pour une direction et une longueur d'onde données (figure 4.3) .

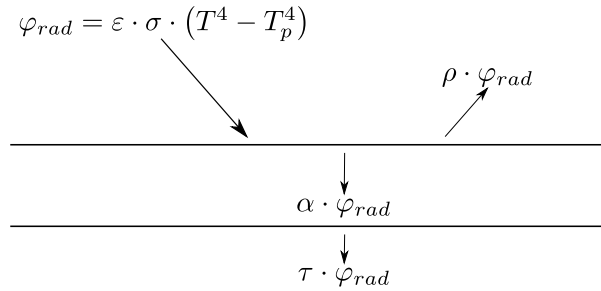


FIGURE 4.3 – Répartition du flux rayonné à une interface

Lorsque le milieu est proche de l'équilibre thermodynamique, la relation de Kirchhoff sur le rayonnement suggère l'égalité de l'émissivité spectrale directionnelle et l'absorptivité spectrale directionnelle :

$$\varepsilon_{\lambda,Ox} = \alpha_{\lambda,Ox} \quad (4.1)$$

Malgré les hypothèses qu'il est possible de réaliser (corps gris, corps non diffusant, milieu proche de l'équilibre thermodynamique, ...), la détermination précise des paramètres du modèle de rayonnement reste très complexe. Ils sont donc généralement fixés arbitrairement, comme dans le cas du code DEPHY présenté précédemment.

La prise en compte du rayonnement dans une modélisation impliquant trois phases distinctes étant difficile à mettre en œuvre, le flux thermique lié au rayonnement sera négligé dans la suite de ce manuscrit.

4.2 Hypothèses

La nature de l'écoulement ayant changée, certaines des hypothèses retenues précédemment ne sont plus valables alors que d'autres sont nécessaires. Les hypothèses utiles à cette modélisation sont donc regroupées ci-dessous.

Hypothèse 28. *La vitesse de régression étant faible devant celle de l'écoulement, le problème est considéré comme stationnaire. L'écoulement est également supposé bi-dimensionnel et axisymétrique.*

Hypothèse 29. *L'écoulement est supposé réactif, le processus de combustion ayant lieu au sein d'une flamme de diffusion.*

Hypothèse 30. *En raison de la complexité de leur modélisation, les transferts d'énergie liés au rayonnement sont négligés.*

Hypothèse 31. *La phase gazeuse est supposée être un mélange idéal de gaz parfaits.*

Hypothèse 32. *Le flux gazeux injecté est supposé être constitué au plus d'une espèce oxydante et d'une espèce inerte. Cette hypothèse se justifie grâce à la nature des oxydants utilisés en propulsion hybride.*

Hypothèse 33. *Les couches limites dynamique, thermique et massique sont confondues. Cette hypothèse se traduit physiquement par l'unicité des nombres de Prandtl et de Schmidt :*

$$Pr = Sc = 1 \quad (4.2)$$

Hypothèse 34. *Les diffusivités de toutes les espèces gazeuses sont supposées égales :*

$$\mathfrak{D}_g^i = \mathfrak{D}_g \quad (4.3)$$

Hypothèse 35. *Les propriétés thermophysiques sont considérées comme uniformes dans la couche limite. Elles sont calculées à une température et des fractions massiques de référence définies suivant la règle dite du "tiers" :*

$$T_{g,f} = \frac{2}{3}T_{g,lg} + \frac{1}{3}T_{fl} \quad (4.4)$$

$$Y_{g,f}^i = \frac{2}{3}Y_{g,lg}^i + \frac{1}{3}Y_{g,fl}^i \quad (4.5)$$

Hypothèse 36. *L'écoulement longitudinal moyen au voisinage de l'interface liquide-gaz est supposé uniforme.*

Hypothèse 37. *L'effet Soret (thermodiffusion) est négligé : l'effet du gradient thermique sur la vitesse de diffusion des espèces n'est alors pas pris en considération.*

Hypothèse 38. *L'effet Dufour est négligé : l'effet du gradient de concentration des espèces sur le flux de chaleur n'est pas pris en considération.*

Hypothèse 39. *L'interface liquide-gaz est supposée être à l'équilibre thermodynamique.*

Hypothèse 40. *Les vitesses tangentielles sont supposées continues à travers l'interface liquide-gaz :*

$$u_{g,lg} = u_{l,lg} = u_{lg} \quad (4.6)$$

Hypothèse 41. *La vitesse de l'interface liquide-gaz est supposée faible devant la vitesse de l'écoulement gazeux non visqueux :*

$$u_{lg} \ll u_e \quad (4.7)$$

Hypothèse 42. *La phase liquide n'est constituée que d'une seule espèce.*

Hypothèse 43. *L'épaisseur du film liquide est supposée très petite devant les dimensions géométriques du problème :*

$$\frac{h_l}{l} \sim \epsilon_l \quad (4.8)$$

Hypothèse 44. *Les propriétés physiques sont considérées comme uniformes dans la phase liquide et sont calculées à la température moyenne du film liquide.*

Hypothèse 45. *L'atomisation du film liquide est prise en compte au travers d'une corrélation donnant directement le débit de liquide atomisé en fonction des grandeurs thermodynamiques des écoulements liquide et gazeux. Le flux de masse associé à la phase dispersée est supposé quitter le film liquide directement sous forme gazeuse et non sous forme de gouttes.*

Hypothèse 46. Les propriétés thermodynamiques de la phase dispersée sont supposées identiques à celles de l'interface liquide-gaz :

$$u_{atom} = u_{lg} \quad (4.9)$$

$$T_{atom} = T_{lg} \quad (4.10)$$

Hypothèse 47. L'interface solide-liquide est supposée infinitésimale et caractérisée par la température de fusion du solide. Dans la réalité, la localisation de cette interface n'est pas si bien tranchée puisque le changement de phase a lieu au sein d'une couche "pâteuse" dans laquelle il existe un gradient thermique.

Hypothèse 48. Les vitesses tangentielles sont supposées continues à travers l'interface solide-liquide. Il y a donc adhérence du film liquide à cette interface :

$$u_{sl} = 0 \quad (4.11)$$

Hypothèse 49. Afin de conserver une géométrie monodimensionnelle, l'interface solide-liquide est supposée cylindrique avec \mathbf{r} comme normale. Cette hypothèse implique donc la régression en faces concentriques du combustible solide.

Hypothèse 50. Le combustible solide n'est constitué que d'une seule espèce.

Hypothèse 51. La phase solide est supposée semi-infinie.

Hypothèse 52. Les forces volumiques sont négligées.

4.3 Modèle de combustion

4.3.1 Approximation de Shvab-Zel'dovich

Dans le cas d'une flamme de diffusion, la réaction chimique est contrôlée d'une part par la diffusion des espèces réactives les unes vers les autres et, d'autre part, par la diffusion de la chaleur de la zone de flamme vers les réactifs. La description de la flamme demande donc la connaissance des fractions massiques des espèces et de la quantité d'énergie dans l'écoulement, évaluée à l'aide de l'enthalpie de mélange.

En considérant des macro-espèces combustible Fu , oxydant Ox et produits de combustion P , la réaction chimique globale peut s'écrire :



avec s le rapport stœchiométrique massique de cette réaction défini par :

$$s = \frac{\nu^{ox} \mathcal{M}^{ox}}{\nu^{fu} \mathcal{M}^{fu}} \quad (4.13)$$

Sous l'hypothèse que les espèces chimiques de l'écoulement et l'enthalpie diffusent à la même vitesse, c'est-à-dire en supposant un nombre de Lewis unitaire (hypothèses 33 et 34) et en se plaçant dans le cas adiabatique, les fractions massiques de combustible et d'oxydant ainsi que l'enthalpie vérifient l'équation générale de transport donnée par la relation :

$$\nabla \cdot (\rho_g \mathbf{u}_g \phi) = \nabla \cdot (\rho_g \mathfrak{D} \nabla \phi) + \dot{\omega}^\phi \quad (4.14)$$

avec :

$$\phi = \begin{cases} Y_g^{fu} \\ Y_g^{ox} \\ \eta_{t,g} \end{cases} \quad (4.15)$$

Le scalaire $\dot{\omega}^\phi$ prend alors pour valeur :

$$\dot{\omega}^{fu} = \dot{\omega}^{fu} \quad (4.16)$$

$$\dot{\omega}^{ox} = s\dot{\omega}^{fu} \quad (4.17)$$

$$\dot{\omega}^\eta = -\Delta_r H \dot{\omega}^{fu} \quad (4.18)$$

Des combinaisons linéaires de ces expressions montrent que les scalaires Z_k , définis ci-dessous, suivent la même équation de transport sans terme source.

$$Z_1 = sY_g^{fu} - Y_g^{ox} \quad (4.19)$$

$$Z_2 = \frac{c_{p,g}T_g}{\Delta_r H} + Y_g^{fu} \quad (4.20)$$

$$Z_3 = s\frac{c_{p,g}T_g}{\Delta_r H} + Y_g^{ox} \quad (4.21)$$

Ces scalaires conservatifs, appelés variables de Shvab-Zel'dovich, possèdent toutefois des conditions aux limites différentes résumées dans le tableau suivant (tableau 4.1).

TABLEAU 4.1 – Conditions aux limites des variables de Shvab-Zel'dovich

Scalaire Z_k	Valeur Z_k^{fu} dans le combustible	Valeur Z_k^{ox} dans l'oxydant
Z_1	$sY_g^{fu,0}$	$-Y_g^{ox,0}$
Z_2	$\frac{c_{p,g}T_g^{fu,0}}{\Delta_r H} + Y_g^{fu,0}$	$\frac{c_{p,g}T_g^{ox,0}}{\Delta_r H}$
Z_3	$s\frac{c_{p,g}T_g^{fu,0}}{\Delta_r H}$	$s\frac{c_{p,g}T_g^{ox,0}}{\Delta_r H} + Y_g^{ox,0}$

Note 1. Les notations utilisées dans ce tableau ont été introduites à la figure 4.2, les exposants $fu,0$ et $ox,0$ signifiant que les grandeurs thermodynamiques sont respectivement prises à l'interface liquide-gaz et dans la zone de fluide parfait.

Une normalisation des variables de Shvab-Zel'dovich permet alors d'obtenir des variables réduites z_k qui suivent la même équation de transport et qui ont les mêmes conditions aux limites. Ces scalaires passifs valent 0 dans le combustible pur et 1 dans l'écoulement oxydant. Égales entre elles, la détermination d'une seule de ces variables, appelée fraction de mélange et notée z , est suffisante pour résoudre ces équations de transport :

$$\nabla \cdot (\rho_g \mathbf{u}_g z) = \nabla \cdot (\rho_g \mathfrak{D} \nabla z) ; z = \frac{Z_k - Z_k^{fu}}{Z_k^{ox} - Z_k^{fu}} \quad (4.22)$$

D'après les valeurs de conditions aux limites, l'expression de la fraction de mélange en fonction des fractions massiques s'écrit :

$$z = \frac{1}{1 + \Phi} \left(\Phi \frac{Y_g^{ox}}{Y_g^{ox,0}} - \frac{Y_g^{fu}}{Y_g^{fu,0}} + 1 \right) \quad (4.23)$$

dans laquelle Φ représente la richesse du mélange définie par :

$$\Phi = \frac{Y_g^{ox,0}}{sY_g^{fu,0}} \quad (4.24)$$

Lorsque la réaction est complète, les réactifs ont été consommés dans les proportions stœchiométriques. La fraction de mélange stœchiométrique définie par :

$$z_{st} = \frac{1}{1 + \Phi} \quad (4.25)$$

permet alors de déterminer la position du front de flamme.

4.3.2 Types de cinétique chimique

Grâce à l'approximation de Shvab-Zel'dovich, un problème de flamme de diffusion peut se réduire à la connaissance de deux variables : la fraction de mélange z et la fraction massique d'un des réactifs. Des hypothèses sur la cinétique chimique permettent encore de réduire le nombre d'inconnues de ce problème.

- Si la réaction chimique est infiniment rapide et irréversible, le combustible et l'oxydant ne coexistent pas en dehors de la stœchiométrie où ils sont instantanément consommés. Les fractions massiques des réactifs suivent alors des lois linéaires par morceaux (figure 4.4) et une solution analytique de la flamme peut être trouvée dans des configurations simples.

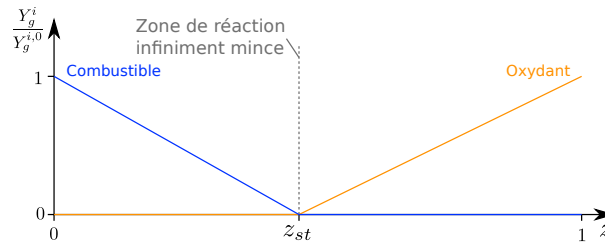


FIGURE 4.4 – Évolution des fractions massiques des réactifs lors d'une chimie infiniment rapide

- Si la réaction chimique est infiniment rapide et réversible, les espèces atteignent instantanément un état d'équilibre thermodynamique. Les fractions massiques sont alors des fonctions quelconques de la fraction de mélange et sont obtenues par un calcul d'équilibre thermodynamique.
- Lorsque la chimie est suffisamment rapide, le mélange atteint l'équilibre chimique dès que les espèces sont dans les proportions stœchiométriques, le taux de réaction étant nul en dehors de la zone de flamme. La réaction chimique est alors entièrement contrôlée par les phénomènes de diffusion.
- Lorsque les effets cinétiques sont non négligeables devant les temps de mélange par diffusion, le cinétique chimique est dite finie. Le mélange n'est plus en équilibre et le taux de réaction, non nul en dehors de la zone stœchiométrique, doit être calculé. Une flamme de diffusion n'ayant pas de vitesse de flamme ou d'épaisseur bien définie, le taux de réaction n'est donc pas une donnée intrinsèque liée au rapport de mélange mais est fortement dépendant de l'écoulement.

Hypothèse 53. Dans le problème étudié, le temps caractéristique lié à la diffusion est supposé très grand devant le temps caractéristique de la réaction chimique. La réaction chimique est donc supposée infiniment rapide et irréversible (approximation de Burke-Schumann).

Sous cette hypothèse, adaptée à une résolution unidimensionnelle de l'écoulement gazeux, la flamme se produit instantanément à l'endroit où le mélange oxydant/combustible est stœchiométrique. En outre, la flamme est supposée infiniment mince et ne contient que des produits de combustion.

4.4 Mise en équations

Cette section s'intéresse à la mise en équation du problème. Le flux thermique lié au rayonnement étant négligé (hypothèse 30) et puisque la réaction chimique se produit à l'intérieur de la couche limite, les équations relatives à l'écoulement non visqueux ainsi qu'à la phase liquide ne subissent qu'un changement de repère compte tenu de la nature axisymétrique de l'écoulement. Celles-ci ne sont donc pas présentées dans ce chapitre mais sont données en annexe A.

Le changement de repère ainsi que les hypothèses réalisées ne modifiant pas leur écriture, les bilans de masse, de quantité de mouvement, d'énergie et d'espèces aux interfaces solide-liquide et liquide-gaz établis dans le cas d'un écoulement plan restent valables pour cette modélisation. La seule différence porte sur le remplacement de la coordonnée transversale y par la coordonnée radiale r .

Seules les équations dans la couche limite et dans le solide sont donc présentées ci-dessous.

4.4.1 Équation dans la couche limite

4.4.1.1 Contrainte de cisaillement à l'interface liquide-gaz

Comme représenté sur la figure 2.1b, la présence d'une flamme de diffusion dans la couche limite est supposée n'avoir aucune influence sur la vitesse longitudinale de l'écoulement gazeux. Par conséquent, l'expression de la contrainte de cisaillement établie dans le cas d'un écoulement plan et non réactif reste valable :

$$\tau_{g,lg} = 0.0296 \frac{\rho_e u_e^2}{Re_x^{0.2}} \left[\frac{\ln(1 + B_M)}{B_M} \right]^{0.2} \left[\frac{1 + 1.3B_M + 0.364B_M^2}{\left(1 + \frac{B_M}{2}\right)^2 (1 + B_M)} \right]^{0.2} \quad (4.26)$$

Remarque 4.1. Pour être rigoureux, il faudrait modifier l'expression du coefficient de frottement en l'absence de soufflage puisque celui-ci est établi sur une plaque plane et non axisymétrique. Toutefois, le rayon de courbure d'une chambre de combustion d'un moteur hybride étant relativement grand (généralement compris entre 10 et 100), l'écoulement peut localement être considéré comme plan. L'utilisation de ce coefficient est donc licite.

4.4.1.2 Flux thermique du gaz à l'interface liquide-gaz

La principale modification engendrée par la réaction chimique est la présence d'une flamme de diffusion dont la température très élevée modifie le flux thermique parvenant à l'interface liquide-gaz. Pour rendre compte de ce phénomène, l'analogie de Chilton-Colburn (équation (3.88)) est utilisée. Cependant, afin de prendre en considération la présence de la flamme, la température à l'extérieur de la couche limite est remplacée par la température de référence définie par l'équation (4.4). Le flux thermique pariétal s'exprime alors par la relation :

$$\lambda_g \left. \frac{\partial T_g}{\partial r} \right|_{lg} = \frac{c_{p,g}}{u_e} (T_{g,f} - T_{lg}) \tau_{g,lg} \quad (4.27)$$

4.4.1.3 Flux de masse évaporée

L'utilisation du changement de variables de Shvab-Zel'dovich permet d'obtenir une équation de transport de la variable Z_1 similaire à l'équation de conservation des espèces utilisée dans le modèle d'évaporation simple. Cette équation s'écrit, en coordonnées cylindriques :

$$\frac{\partial \rho_g u_g r Z_1}{\partial x} + \frac{\partial \rho_g v_g r Z_1}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\rho_g \mathfrak{D} r \frac{dZ_1}{dr} \right) \quad (4.28)$$

La résolution de cette équation, de façon analogue à celle utilisée dans le cas plan, permet ainsi d'obtenir l'expression du flux de masse évaporée dans le cas d'un écoulement réactif :

$$\dot{m}_{evap} = \frac{-\mu_g}{r_{lg} (\ln(r_{lg}) - \ln(r))} \ln(1 + B_M) \quad (4.29)$$

avec :

$$B_M = \frac{Y_{g,lg}^{fu} - \left(Y_g^{fu} - \frac{Y_g^{ox}}{s} \right)}{1 - Y_{g,lg}^{fu}} \quad (4.30)$$

L'écoulement dans la couche limite n'étant pas calculé, les fractions massiques d'oxydant et de combustible près de l'interface liquide-gaz ne peuvent pas être déterminées. Toutefois, le modèle de combustion utilisé impose la nullité de ces deux fractions à la position où se produit la réaction chimique. La détermination du flux de masse évaporé nécessite alors la connaissance de la position du front de flamme.

Remarque 4.2. L'écoulement n'étant pas uniforme entre l'interface liquide-gaz et la position de la flamme, le flux de masse évaporé n'est donc pas exactement calculé. En toute rigueur, il aurait fallu tenir compte du terme de transport longitudinal apparaissant dans l'équation (4.28).

4.4.1.4 Position du front de flamme

Le calcul du débit évaporé ne peut se faire qu'en connaissant la position du front de flamme puisque les fractions massiques d'oxydant et de combustibles sont nulles à cette position. Pour la déterminer, l'analogie de Reynolds, présentée précédemment (section 2.1.3), est utilisée :

$$\frac{u - u_{lg}}{u_e - u_{lg}} = \frac{\eta_t - \eta_{t,lg}}{\eta_{t,e} - \eta_{t,lg}} = \frac{Y_{g,lg}^i - Y_{g,lg}^i}{Y_e^i - Y_{g,lg}^i} \quad (4.31)$$

En introduisant la variable de Shvab-Zel'dovich, cette relation devient :

$$\frac{u - u_{lg}}{u_e - u_{lg}} = \frac{Z_1 - Z_1^{fu}}{Z_1^{ox} - Z_1^{fu}} \quad (4.32)$$

Puisque le rayon de courbure est supposé grand, le profil de vitesse se met, comme dans le cas de l'écoulement plan, sous la forme suivante :

$$\frac{u_g(r) - u_{lg}}{u_e - u_{lg}} = \begin{cases} \left(\frac{r_{lg} - r}{\delta} \right)^n & \text{si } r_{lg} - \delta \leq r \leq r_{lg} \\ 1 & \text{si } r_{lg} - \delta \leq r \end{cases} \quad (4.33)$$

L'utilisation de ce profil de vitesse et de la valeur stœchiométrique de la fraction de mélange (équation (4.25)) permet alors de déterminer la position de la flamme :

$$r_{fl} = r_{lg} - \delta \left(\frac{1}{1 + \Phi} \right)^{1/n} \quad (4.34)$$

Remarque 4.3. L'analogie de Reynolds utilisée précédemment peut se voir comme une forme intégrée de l'analogie de Chilton-Colburn (équation (3.89)) dans laquelle les nombres de Prandtl et de Schmidt seraient unitaires.

4.4.2 Équation dans la phase solide

En négligeant la diffusion longitudinale, l'équation de l'énergie dans la phase solide en coordonnées axisymétriques s'écrit :

$$\frac{d}{dr} \left(\lambda_s r \frac{dT_s}{dr} \right) - \dot{m}_{fus} r c_{p,s} \frac{dT_s}{dr} = 0 \quad (4.35)$$

avec, comme conditions aux limites,

$$T_s(r = r_{sl}) = T_{sl} \quad (4.36)$$

$$T_s(r \rightarrow \infty) = T_{amb} \quad (4.37)$$

Compte tenu de la nature de cette équation, sa résolution demande l'utilisation de technique numérique. Toutefois, afin d'obtenir une expression analytique de la vitesse, une hypothèse supplémentaire est réalisée.

Hypothèse 54. *La profondeur de pénétration thermique étant très faible dans un combustible liquéfiable (inférieure à quelques millimètres) et puisque le rayon de courbure de la chambre de combustion est grand, l'équation de l'énergie dans la phase solide est traitée en coordonnées planes.*

Par conséquent, le champ de température dans la phase solide s'exprime par la relation :

$$T_s(r) = T_{amb} + (T_{sl} - T_{amb}) \exp \left[\frac{\dot{m}_{fus} c_{p,s}}{\lambda_s} (r - r_{sl}) \right] \quad (4.38)$$

et le flux thermique à l'interface solide-liquide est donné par la relation :

$$\lambda_s \left. \frac{dT_s}{dr} \right|_{sl} = \dot{m}_{fus} c_{p,s} (T_{sl} - T_{amb}) \quad (4.39)$$

avec $\dot{m}_{fus} \leq 0$.

4.4.3 Synthèse des équations

Ce chapitre avait pour objectif d'établir l'ensemble des équations nécessaires à la modélisation de la régression des combustibles liquéfiables dans le cas d'un écoulement représentatif de celui présent dans un moteur hybride : 2D axisymétrique et réactif. La principale modification par rapport au cas plan non réactif est la prise en compte de la combustion, modifiant ainsi le flux de chaleur pariétal et les transferts de masse de l'interface liquide-gaz vers le front de flamme. L'algorithme général utilisé pour résoudre les équations dans le cas présent est présenté ci-dessous. Sa mise en œuvre est décrite au chapitre 5.

Contrairement aux modèles développés pour représenter la régression des combustibles classiques ou l'écoulement interne dans un moteur hybride les utilisant, le modèle développé dans ce chapitre permet de déterminer l'évolution temporelle de la vitesse de régression en utilisant seulement les propriétés thermophysiques du couple oxydant/combustible, s'affranchissant ainsi d'une réaction thermochimique entre ces deux ergols (réaction de pyrolyse par exemple).

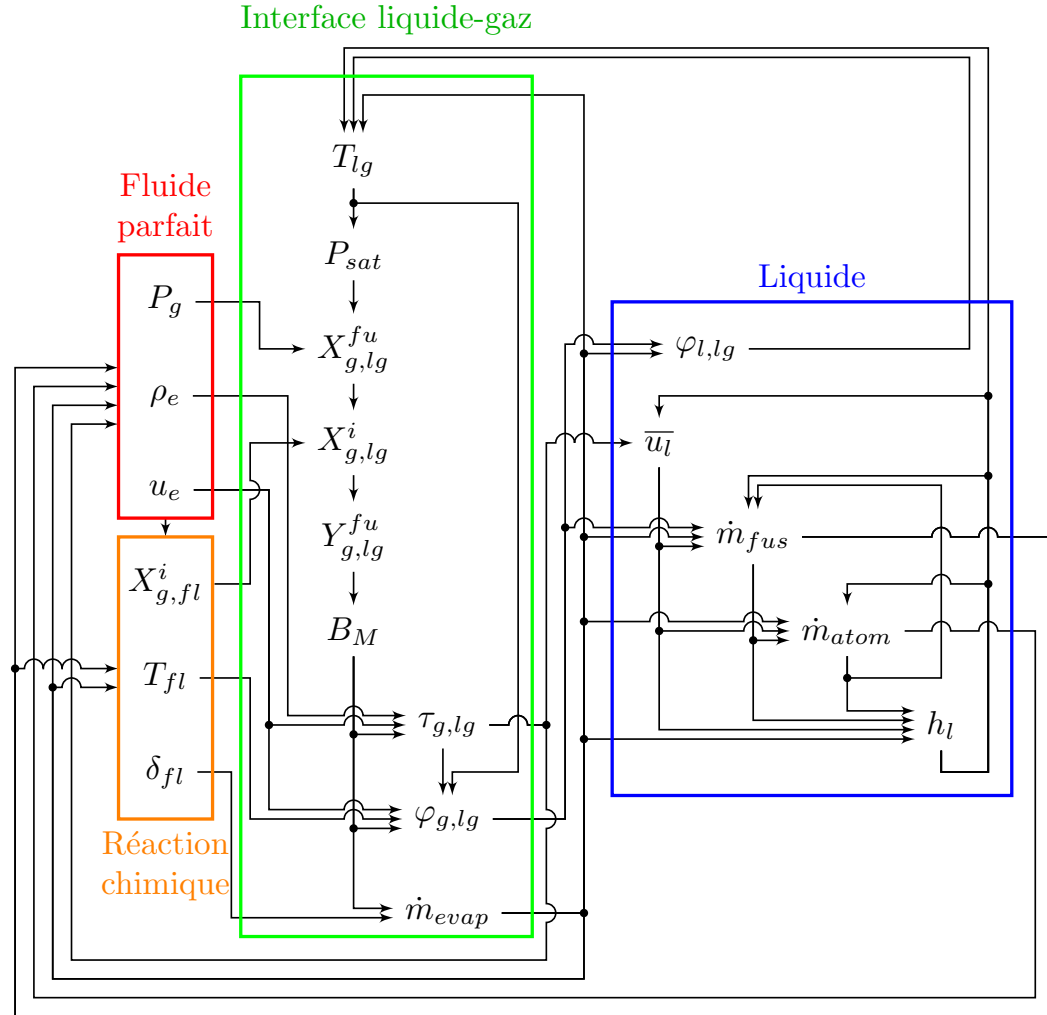


FIGURE 4.5 – Algorithme simplifié de modélisation de la régression - écoulement axisymétrique et réactif

Chapitre 5

Développement du code Hydres

Sommaire

5.1 Schémas numériques	75
5.1.1 Discrétisation	76
5.1.2 Schéma numérique pour l'écoulement non visqueux	76
5.1.3 Schéma numérique pour le film liquide	77
5.2 Description du code Hydres	79
5.2.1 Principe de fonctionnement global	79
5.2.2 Description de l'algorithme de calcul	81
5.2.3 Retour sur la vitesse de régression moyenne	83
5.2.4 Calcul des performances propulsives	83
5.3 Vérification du fonctionnement du code Hydres	84
5.3.1 Évolution longitudinale des grandeurs thermodynamiques dans l'écoulement non visqueux	84
5.3.2 Évolutions longitudinales des grandeurs thermodynamiques dans la couche limite et dans le film liquide	86
5.3.3 Conclusion	90

La résolution des modèles précédemment établis nécessite l'implémentation des équations dans un outil numérique monodimensionnel. Ce chapitre introduit, dans un premier temps, les méthodes numériques utilisées pour la résolution des équations discrétisées. Le principe de fonctionnement du code HYDRES (*HYbriD Rocket Engine Simulation*), spécialement développé pour cette application, est ensuite décrit avant de présenter les résultats des tests réalisés pour vérifier son fonctionnement.

5.1 Schémas numériques

Le problème étudié est décomposé en plusieurs zones (figure 5.1) : fluide parfait, couche limite, liquide et solide. Il est alors logique de commencer la résolution de ce problème par le calcul de l'écoulement dans la zone de fluide parfait puisque, sans sa présence, il n'est pas possible de déterminer les transferts d'énergie vers le combustible solide. Les conditions pariétales dans la couche limite sont ensuite déterminées avant de traiter le film liquide puis le solide. Les équations établies précédemment étant fortement couplées, une méthode de convergence est alors mise en place afin de déterminer, pour une géométrie fixée, la solution stationnaire du problème étudié. La vitesse de régression est donc déterminée à partir des grandeurs thermodynamiques convergées.

Fluide parfait
Couche limite
Liquide
Solide

FIGURE 5.1 – Décomposition du problème

5.1.1 Discrétisation

La modélisation de la régression débute à un instant t^0 et se déroule avec un pas de temps variable Δt^k fixé par l'utilisateur suivant les instants de calcul souhaités. À chaque pas de temps, un calcul stationnaire du problème est effectué avant de mettre à jour la géométrie de la chambre de combustion. Ainsi, l'épaisseur du combustible solide à un temps n est donnée par la relation :

$$h_s^n = h_s^0 - \sum_{k=0}^{n-1} v_{reg}^k \cdot \Delta t^k \quad (5.1)$$

Le domaine de calcul est constitué d'un maillage linéaire de longueur L , discrétisé en N cellules selon un pas Δx (figure 5.2). Une cellule fictive d'épaisseur nulle (indice 0) est ajoutée en amont de ce maillage afin d'imposer, à chaque instant, les conditions aux limites permettant la résolution des équations du problème étudié. Les grandeurs utilisées dans la modélisation sont représentées au centre des cellules de coordonnées x_j avec :

$$x_j = \left(j - \frac{1}{2}\right) \Delta x \quad j \in \{1, \dots, N\} \quad (5.2)$$

La valeur d'une grandeur r dans la cellule centrée sur l'abscisse x_j sera alors notée r_j .

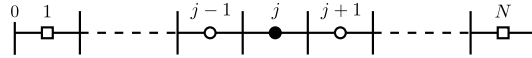


FIGURE 5.2 – Maillage linéaire utilisé pour la modélisation

5.1.2 Schéma numérique pour l'écoulement non visqueux

Dans les deux configurations étudiées, le système d'équations modélisant l'écoulement non visqueux est représenté par la forme matricielle :

$$A \cdot X' = B \quad (5.3)$$

Le calcul est initialisé en prenant, pour toute grandeur thermodynamique ξ dans cette région de l'écoulement gazeux :

$$\xi_j^0 = 0 \quad j \in \{1, \dots, N\} \quad (5.4)$$

De plus, pour $j = 0$, les conditions aux limites suivantes sont imposées :

$$X_0^t = \begin{bmatrix} u_{e,0}^t \\ \rho_{e,0}^t \\ \delta_0^t \\ T_{e,0}^t \\ P_{g,0}^t \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

l'épaisseur de la couche limite étant nulle à l'entrée de la chambre de combustion.

L'équation différentielle (5.3) est alors résolue par intégration numérique suivant la méthode itérative Runge-Kutta 4. L'erreur commise à chaque étape est donc $\mathcal{O}(\Delta x^5)$ tandis que l'erreur totale accumulée est $\mathcal{O}(\Delta x^4)$.

L'épaisseur de la couche limite étant nulle en entrée de la chambre de combustion ($\delta_0^t = 0$), le système différentiel précédent devient sous-résolu (plus d'équations que d'inconnues) et ne permet pas d'obtenir le développement de la couche limite le long du bloc solide. Pour remédier à ce problème, la valeur de l'épaisseur de la couche limite doit être fixée dans la première cellule. Pour la déterminer, la formule théorique de l'évolution d'une couche limite turbulente est alors utilisée :

$$\delta_1^t = \frac{0.38 \cdot x_1}{Re_x^{0.2}} \quad (5.6)$$

Ayant fixé l'épaisseur de la couche limite dans la cellule d'indice 1, le système intégral associé devient sur-résolu et doit, par conséquent, être modifié. Pour cela, l'équation de von Kàrmàn (équation de conservation de la quantité de mouvement intégrée sur l'épaisseur de la couche limite) est retirée de ce système. Celui-ci prend alors la forme générale :

$$A_1 \cdot X_1' = B_1 \quad (5.7)$$

avec :

$$X_1' = \begin{bmatrix} \frac{du_e}{dx} \\ \frac{d\rho_e}{dx} \\ \frac{dT_e}{dx} \\ \frac{dP_g}{dx} \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

La résolution des équations différentielles (5.3) et (5.7) implique la connaissance préalable du flux de masse issu de l'interface liquide-gaz et du nombre de Spalding massique. Toutefois, lors de la première itération sur la phase gazeuse, le film liquide est encore inexistant puisque sa résolution est ultérieure à celle de l'écoulement gazeux. Ces deux grandeurs ne sont, par conséquent, pas encore déterminées. Il est alors logique de considérer un nombre de Spalding massique, représentant le soufflage pariétal, nul et des débits évaporés et atomisés également nuls. Lorsque le film liquide est développé, ces deux grandeurs sont calculées par la résolution des équations vues précédemment.

5.1.3 Schéma numérique pour le film liquide

Pour permettre le développement longitudinal du film liquide et le calcul précis des échanges entre les phases solide-liquide et liquide-gaz, l'équation intégrale (3.113) de conservation de la masse dans le film liquide est remplacée par un modèle "pseudo-stationnaire". Un schéma itératif en temps est alors utilisé jusqu'à convergence de l'épaisseur du film liquide, inconnue de cette équation différentielle, vers un état stationnaire. Le pas de temps de cette boucle interne à la phase liquide, noté $\Delta \tilde{t}$, est supposé constant et, à un temps \tilde{n} fixé, les grandeurs thermodynamiques sont notées $r_i^{\tilde{n}}$.

Pour des raisons de stabilité et de simplicité, le schéma d'ordre 1 suivant a été retenu :

$$\begin{aligned} \frac{\rho_{l,i}^{\tilde{n}+1} h_i^{\tilde{n}+1} - \rho_{l,i}^{\tilde{n}} h_i^{\tilde{n}}}{\Delta \tilde{t}} = & - \frac{\rho_{l,i}^{\tilde{n}} \bar{u}_{l,i}^{\tilde{n}} h_i^{\tilde{n}} - \rho_{l,i-1}^{\tilde{n}} \bar{u}_{l,i-1}^{\tilde{n}} h_{i-1}^{\tilde{n}}}{\Delta x} \\ & - \dot{m}_{fus,i}^{\tilde{n}} \left(1 - \frac{\rho_{l,i}^{\tilde{n}}}{\rho_s} \right) + \dot{m}_{evap,i}^{\tilde{n}} + \dot{m}_{atom,i}^{\tilde{n}} \end{aligned} \quad (5.9)$$

dans lequel $\dot{m}_{fus,i}^{\tilde{n}}$ est exprimé par :

$$\begin{aligned} \dot{m}_{fus,i}^{\tilde{n}} & \left[L_{fus} + c_{p,s} (T_{sl} - T_{amb}) + c_{p,l,i}^{\tilde{n}} \left(1 - \frac{\rho_{l,i}^{\tilde{n}}}{\rho_s} \right) (\overline{T}_{li}^{\tilde{n}} - T_{lg,i}^{\tilde{n}}) \right] \\ & = \varphi_{g,i}^{\tilde{n}} + \rho_{l,i}^{\tilde{n}} \overline{u}_{li}^{\tilde{n}} c_{p,l,i}^{\tilde{n}} \frac{\overline{T}_{li}^{\tilde{n}} h_i^{\tilde{n}} - \overline{T}_{li-1}^{\tilde{n}} h_{i-1}^{\tilde{n}}}{\Delta x} - \rho_{l,i}^{\tilde{n}} \overline{u}_{li}^{\tilde{n}} c_{p,l,i}^{\tilde{n}} \overline{T}_{li}^{\tilde{n}} \frac{h_i^{\tilde{n}} - h_{i-1}^{\tilde{n}}}{\Delta x} \\ & - \dot{m}_{evap,i}^{\tilde{n}} \left[L_{vap,i}^{\tilde{n}} + c_{p,l,i}^{\tilde{n}} (T_{lg,i}^{\tilde{n}} - \overline{T}_{li}^{\tilde{n}}) \right] - \dot{m}_{atom,i}^{\tilde{n}} c_{p,l,i}^{\tilde{n}} (T_{lg,i}^{\tilde{n}} - \overline{T}_{li}^{\tilde{n}}) \end{aligned} \quad (5.10)$$

avec :

$$\varphi_g = \lambda_g \left. \frac{\partial T_g}{\partial y} \right|_{lg} \quad (5.11)$$

Remarque 5.1. Le schéma (5.9)-(5.10) est écrit dans le cas d'un écoulement plan. Dans le cas d'un écoulement axisymétrique, l'équation intégrale de conservation de la masse ayant la même forme que celle établie pour l'écoulement plan, ce même schéma numérique lui est également appliqué.

L'interface liquide-gaz étant supposée être en équilibre, sa température est calculée à partir de l'équation (3.132). Sa discrétisation donne alors :

$$T_{lg,i}^{\tilde{n}+1} = T_{sl} - \frac{(\varphi_{g,i}^{\tilde{n}} - \dot{m}_{evap,i}^{\tilde{n}} L_{vap,i}^{\tilde{n}})}{\lambda_{l,i}^{\tilde{n}}} h_i^{\tilde{n}} \quad (5.12)$$

Cependant, afin d'éviter les problèmes d'oscillation autour de la valeur convergée (figure 5.3), un coefficient de relaxation ω est utilisé pour calculer cette température. Celle-ci est alors calculée par la relation :

$$T_{lg,i}^{\tilde{n}+1} = \omega T_{lg,i}^{\tilde{n}} + (1 - \omega) \left(T_{sl} - \frac{(\varphi_{g,i}^{\tilde{n}} - \dot{m}_{evap,i}^{\tilde{n}} L_{vap,i}^{\tilde{n}})}{\lambda_{l,i}^{\tilde{n}}} h_i^{\tilde{n}} \right) \quad (5.13)$$

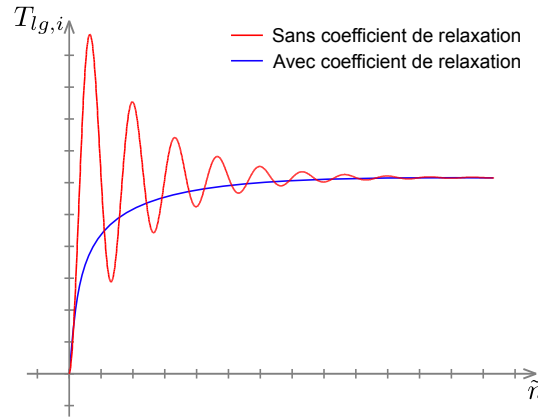


FIGURE 5.3 – Oscillation autour de la valeur convergée

Entre deux incréments de temps, la température moyenne du film liquide n'évolue que faiblement. La densité moyenne du film liquide est alors quasi-constante ($\rho_{l,i}^{\tilde{n}+1} \simeq \rho_{l,i}^{\tilde{n}}$), ce qui permet de simplifier l'équation discrétisée (5.9).

Le calcul est initialisé en considérant, à l'instant initial ($t = 0$), une hauteur du film liquide nulle et une température de l'interface liquide-gaz égale à celle de l'interface solide-liquide :

$$\begin{cases} h_{l,j}^0 = 0 \\ T_{lg,j}^0 = T_{sl} \end{cases} \quad j \in \{1, \dots, N\} \quad (5.14)$$

De plus, à chaque temps \tilde{n} de la boucle temporelle interne au film liquide, les conditions aux limites sur la température moyenne et sur la hauteur du film liquide suivantes sont imposées :

$$\begin{cases} h_{l,0}^{\tilde{n}} = 0 \\ \overline{T}_{l,0}^{\tilde{n}} = \overline{T}_{l,1}^{\tilde{n}} \end{cases} \quad (5.15)$$

Enfin, pour des raisons de stabilité numérique, il est nécessaire que le pas de temps interne à la boucle liquide respecte la condition CFL :

$$\Delta \tilde{t} \leq \frac{\Delta x}{\max(\overline{u}_l(h_i^{\tilde{n}}))} c_{cfl} \quad (5.16)$$

c_{cfl} étant le coefficient CFL du schéma numérique choisi, fixé à 0.5.

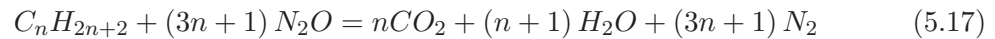
5.2 Description du code Hydres

Le code HYDRES a été spécialement développé afin de résoudre, par l'intermédiaire des schémas numériques présentés ci-dessus, les systèmes d'équations établis en écoulement plan (chapitre 3) et axisymétrique (chapitre 4).

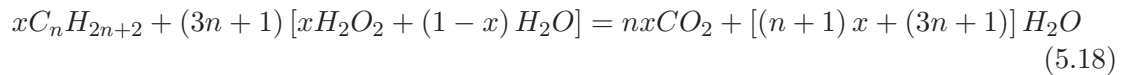
5.2.1 Principe de fonctionnement global

Pour initialiser une simulation, ce programme a besoin de plusieurs types d'entrée (figure 5.4) :

- Les noms de l'oxydant et du combustible utilisés pour la simulation ainsi que leurs fractions massiques respectives. La phase solide étant par hypothèse constituée que d'un seul composant, sa fraction massique est donc toujours unitaire. Toutefois, pour prendre en compte la pluralité des oxydants disponibles, l'oxydant utilisé par le code de calcul peut être constitué de deux espèces, l'une active représentée par la fraction massique Y_g^{ox} et l'autre inerte de fraction massique Y_g^{in} .
- Les fractions molaires des espèces chimiques prise en compte dans la réaction de combustion globale. Les combustibles liquéfiables utilisés étant généralement des paraffines (n-alcane de formule brute $C_n H_{2n+2}$), leur réaction de combustion avec du protoxyde d'azote s'écrit :



tandis que la réaction chimique entre ces combustibles et du peroxyde d'hydrogène se met sous la forme :



x étant la concentration molaire du peroxyde d'hydrogène.

- Les données d'équilibre thermodynamiques, obtenues par l'intermédiaire d'un code de calcul d'équilibre comme CPROPEP, COPPELIA ou CEA. Ces données, calculées en fonction du rapport de mélange et de la pression dans la chambre, comprennent l'évolution de la température de flamme, la vitesse caractéristique calculée au col de la tuyère ainsi que le rapport des capacités calorifiques dans la chambre de combustion. Ces deux dernières propriétés sont utilisées lors de la méthode de tir présentées dans la section suivante.
- Les données thermophysiques des différentes espèces utilisées lors de la simulation (tableau 5.1). Pour les espèces gazeuses (hormis le combustible), elles sont issues de l'ouvrage de Daubert et Danner [11] alors que les propriétés des phases solide, liquide et gazeuse de

la paraffine utilisée dans la partie expérimentale ont été fournies par l'IFP-EN. Ces données, dépendant généralement de la température, sont alors décrites par l'intermédiaire de fonctions mathématiques données en annexe B. De plus, la phase gazeuse étant multicomposante, des lois de mélanges, présentées en annexe C, sont utilisées pour calculer les propriétés thermophysiques moyennes résultant de ce mélange.

TABEAU 5.1 – Données thermophysiques utilisées par le code Hydres en fonction des phases rencontrées

Propriété thermophysique	Solide	Liquide	Gaz
c_p	✓	✓	✓
L_{fus}	✓		
L_{vap}		✓	
λ	✓	✓	✓
ρ	✓	✓	
η_f°		✓	✓
P_{sat}		✓	
T_{fus}	✓		
σ		✓	
μ		✓	✓

- La définition de la géométrie comprenant les diamètres intérieur et extérieur du bloc de combustible ainsi que sa longueur. Les diamètres du col et de sortie de la tuyère sont également nécessaires afin de calculer les performances propulsives du moteur.
- Des paramètres numériques comme le nombre de maille, le pas de temps maximum utilisé dans la résolution de la phase liquide et des résidus maximum autorisés lors du calcul de convergence vers l'état stationnaire.
- Les conditions d'entrée de la phase gazeuse. Celles-ci, dépendant du temps, regroupent la pression, la température et le débit de l'écoulement gazeux à l'entrée de la chambre de combustion. Elles sont donc utilisées pour calculer le vecteur X_0^t (relation (5.5)) permettant d'initialiser le calcul de l'écoulement dans la zone de fluide parfait.

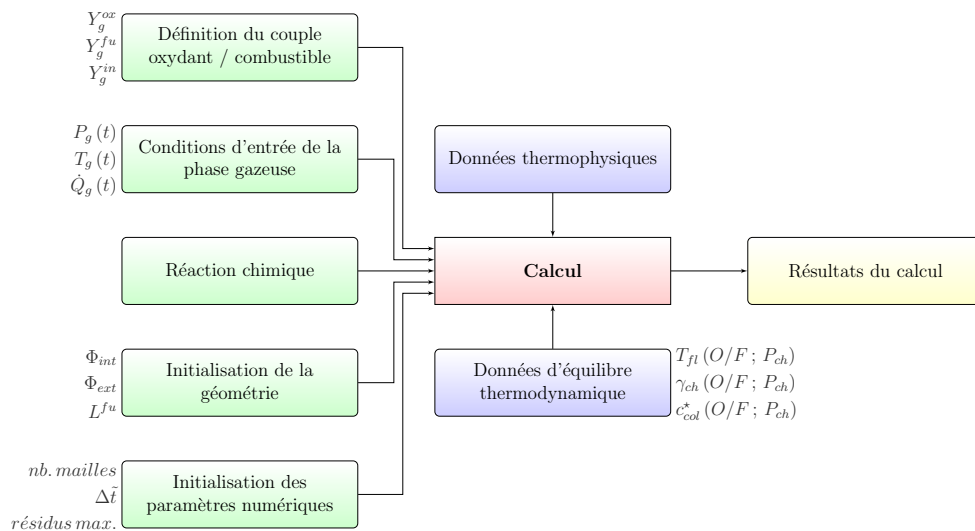


FIGURE 5.4 – Architecture générale du code HYDRES

La calcul permet alors d'obtenir la vitesse de régression du combustible, les grandeurs thermodynamiques dans les différentes phases rencontrées (solide, liquide, couche limite et fluide parfait), les hauteurs de ces phases ainsi que les propriétés propulsives comme la poussée ou l'impulsion spécifique. Bien entendu, ces résultats sont des fonctions du temps de la simulation.

5.2.2 Description de l'algorithme de calcul

Comme le montrent les figures 3.3 et 4.5, les équations permettant de modéliser la régression des combustibles liquéfiables sont fortement couplées. La boucle de calcul (figure 5.5) est donc construite afin de permettre, pour une géométrie et des conditions d'entrée fixées, la convergence des différentes parties de l'écoulement vers un état stationnaire. Une fois cet état atteint la connaissance de la vitesse de régression permet de mettre à jour la géométrie de la chambre de combustion afin de réaliser le calcul stationnaire à l'instant suivant.

À un temps t , initialisé à t_0 , le programme commence par le calcul de l'écoulement dans la zone de fluide parfait. Celui-ci est rendu possible par la connaissance du vecteur X_0^t (relation (5.5)), déterminé à partir des conditions d'entrée de la phase gazeuse. Toutefois, cette seule condition est insuffisante pour débiter le calcul. En effet, l'écoulement dans la zone de fluide parfait dépend de propriétés thermodynamiques de la phase liquide et de la phase gazeuse à l'interface liquide-gaz. Or, celles-ci sont, à l'instant initial, inconnues. Les flux de masse provenant de l'atomisation du film liquide et de son évaporation ainsi que la hauteur du film liquide sont donc fixés arbitrairement à zéro tandis que la température de l'interface liquide-gaz est supposée égale à celle de l'interface solide-liquide (température de fusion du combustible). Ce premier calcul revient donc à simuler un écoulement gazeux sur une paroi non débitante. Une première boucle de convergence est ainsi mise en évidence puisque les propriétés thermodynamiques de l'écoulement non visqueux modifient celles fixées pour initialiser ce calcul qui, à leur tour, influencent cet écoulement. La hauteur du film liquide et la température de l'interface liquide-gaz conditionnant les transferts de masse et d'énergie entre les phases solide, liquide et gazeuse, cette première boucle de convergence s'effectue sur ces deux paramètres notés respectivement h_l^{fp} et T_{lg}^{fp} .

Le programme continue la simulation par le calcul des grandeurs pariétales dans la couche limite et des variables liées à la réaction chimique avant de débiter le calcul du film liquide. Compte tenu de la méthode numérique utilisée, la hauteur de la phase liquide, initialisée à zéro, est issue d'un calcul de convergence. Lorsque cette hauteur tend vers sa valeur stationnaire, la température de l'interface liquide-gaz est calculée conduisant ainsi à la modification des grandeurs pariétales à l'interface liquide-gaz et des grandeurs liées à la combustion. Une boucle est donc réalisée sur les zones couche limite et film liquide et s'achève lorsque la température T_{lg}^{cl} à l'interface liquide-gaz est convergée.

Les grandeurs h_l^{fp} et T_{lg}^{fp} sont ensuite mises à jour et la boucle fluide-parfait, couche limite et liquide se poursuit jusqu'à convergence de ces deux variables. À cette étape, les grandeurs thermodynamiques des différentes phases fluides tendent toutes vers leurs états stationnaires.

Toutefois, l'écoulement dans la chambre de combustion, dépendant des conditions d'entrée de la phase gazeuse fixées par l'utilisateur, n'est pas obligatoirement en équilibre thermodynamique et, par conséquent, la condition de sonlicité du col de la tuyère n'est pas nécessairement respectée. Ce problème est résolu par l'utilisation d'une méthode de tir basée sur la pression à l'entrée du canal :

$$P_{g,0}^{t+1} = P_{g,0}^t + \frac{\dot{Q} \cdot c^*(\gamma_{ch}; P_{ch})}{A_{col}} - P_{g,N}^t \quad (5.19)$$

\dot{Q} étant le débit massique passant par le col de la tuyère, A_{col} la section du col de la tuyère et c^* la vitesse caractéristique de l'écoulement dépendant du rapport des capacités calorifiques et de la pression dans la chambre de combustion. Cette dernière valeur est obtenue par l'intermédiaire des données d'équilibre thermodynamique (figure 5.4). Tant que l'équilibre thermodynamique de

l'écoulement gazeux n'est pas atteint, la boucle fluide parfait, couche limite et liquide est résolue modifiant, à chaque fois, la valeur de la pression $P_{g,0}^t$ en entrée de la chambre de combustion.

Une fois cette condition respectée, le programme détermine la vitesse de régression moyenne (cf. section 5.2.3) de la phase solide permettant, d'une part, de calculer les performances propulsives du moteur (cf. section 5.2.4) et, d'autre part, de modifier la géométrie interne de la chambre de combustion afin de prendre en compte le processus de régression. Si la durée de la simulation n'est pas atteinte, le temps t est incrémenté du pas de temps Δt et l'ensemble des opérations présentées ci-dessus est à nouveau effectué. Afin d'atteindre plus rapidement l'état convergé, l'épaisseur du film liquide h_l , la température de l'interface liquide-gaz T_{lg} et les débits évaporé \dot{m}_{evap} et atomisé \dot{m}_{atom} sont initialisés avec leurs valeurs au pas de temps précédent.

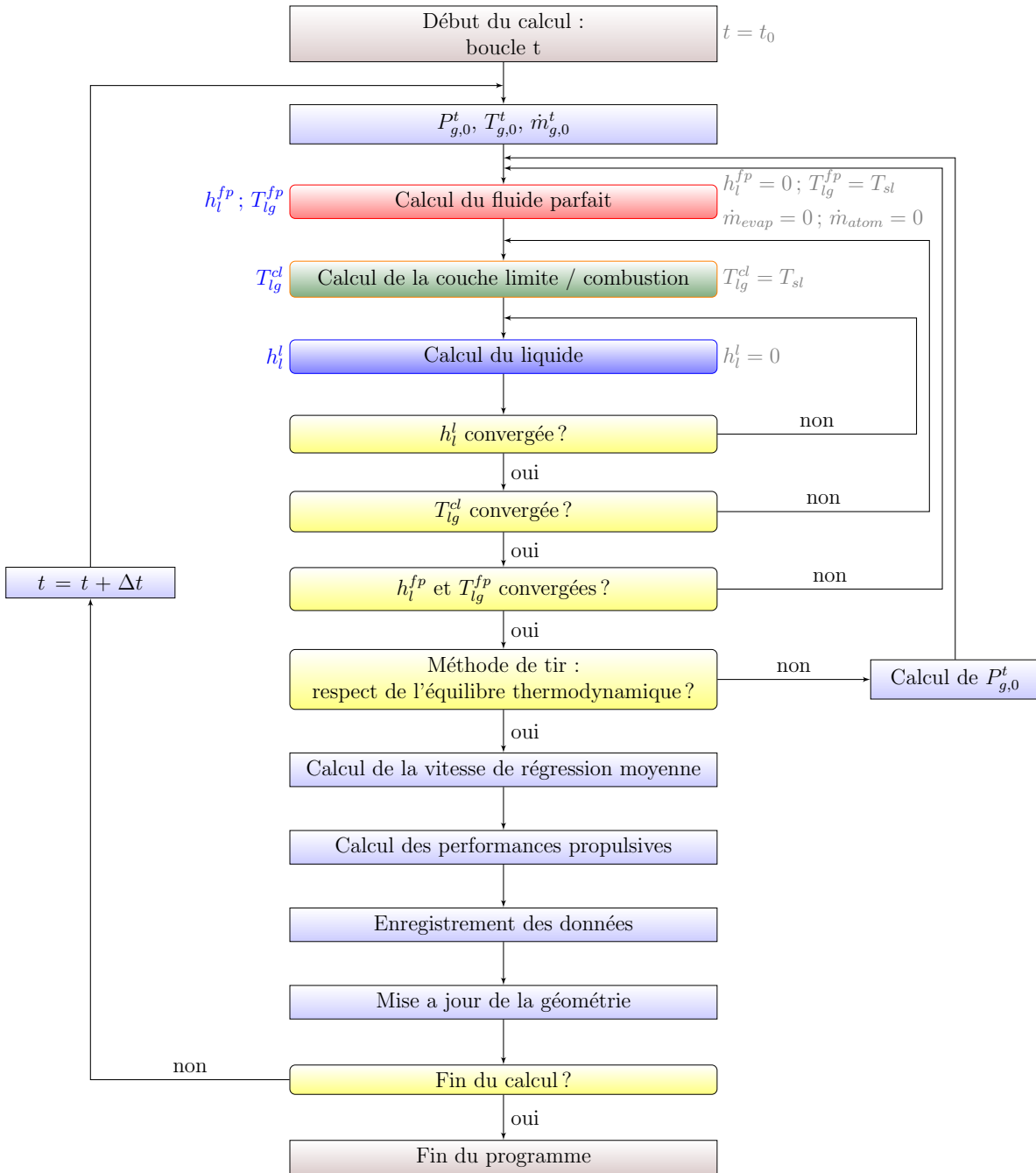


FIGURE 5.5 – Organigramme simplifié de la partie calcul du code HYDRES

5.2.3 Retour sur la vitesse de régression moyenne

Bien que les modèles développés soient monodimensionnels, le combustible solide étant supposé régresser en faces parallèles, la régression de surface dans le code HYDRES s'effectue par l'intermédiaire d'une vitesse moyennée longitudinalement. Les vitesses locales, connues à chaque instant, ne sont pas utilisées puisqu'elles conduiraient à une régression non uniforme du bloc solide, configuration dans laquelle les équations écrites ne seraient plus valables. En effet, le calcul de l'écoulement gazeux par la méthode choisie impose, dans la repère global, une composante transversale de la vitesse à l'extérieur de la couche limite nulle (figure 5.6a). Si cette hypothèse était supprimée, la vitesse de l'écoulement gazeux dans la zone de fluide parfait aurait, à la fois, une composante longitudinale et une composante transversale (figure 5.6b). L'intégration des équations de Navier-Stokes dans cette partie de l'écoulement serait beaucoup plus complexe puisqu'il faudrait prendre en compte l'évolution transversale de la vitesse, évolution à priori inconnue.

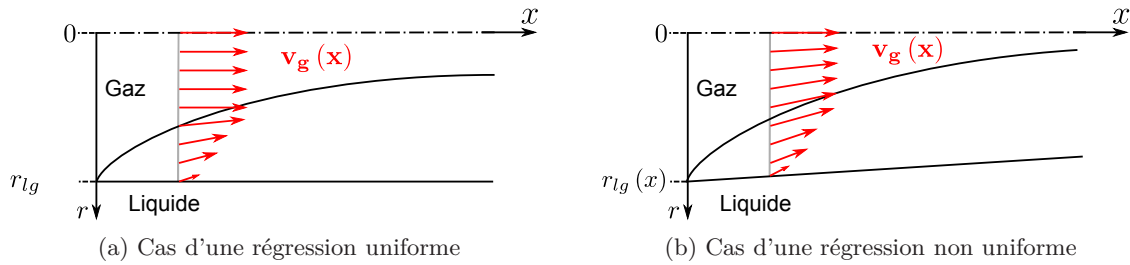


FIGURE 5.6 – Évolution du profil de vitesse

5.2.4 Calcul des performances propulsives

Le calcul des performances propulsives (poussée et impulsion spécifique) du moteur est réalisé par l'intermédiaire de sept grandeurs :

- la section du col de la tuyère A_{col} ,
- la section de sortie de la tuyère A_s ,
- le rapport des capacités calorifiques dans la chambre de combustion γ_{ch} ,
- la pression ambiante P_{amb} ,
- la pression dans la chambre de combustion P_{ch} ,
- la pression dans la section de sortie de la tuyère P_s ,
- le débit massique total des espèces gazeuses \dot{Q} .

Parmi ces variables, certaines sont fixées par l'utilisateur tandis que d'autres sont issues du calcul comme la pression dans la chambre de combustion, le rapport des capacités calorifiques et le débit massique total des espèces gazeuses. La pression dans la section de sortie de la tuyère, ne faisant pas partie du calcul de l'écoulement dans la chambre de combustion est la seule inconnue. Sa valeur est donc déterminée par l'intermédiaire d'une méthode de Newton basée sur la relation suivante :

$$\frac{A_s}{A_{col}} = \frac{\Gamma(\gamma_{ch})}{\left(\frac{P_s}{P_{ch}}\right)^{1/\gamma_{ch}} \sqrt{\frac{2\gamma_{ch}}{\gamma_{ch}-1} \left[1 - \left(\frac{P_s}{P_{ch}}\right)^{(\gamma_{ch}-1)/\gamma_{ch}}\right]}} \quad (5.20)$$

avec :

$$\Gamma(\gamma_{ch}) = \sqrt{\gamma_{ch}} \left(\frac{2}{\gamma_{ch} + 1} \right)^{(\gamma_{ch}+1)/2(\gamma_{ch}-1)} \quad (5.21)$$

La poussée est ensuite calculée par l'intermédiaire de la relation :

$$F = P_{ch} A_{col} \left[c_F^0 + \frac{A_s}{A_{col}} \left(\frac{P_s}{P_{ch}} - \frac{P_{amb}}{P_{ch}} \right) \right] \quad (5.22)$$

c_F^0 étant le coefficient de poussée idéal calculé par :

$$c_F^0 = \Gamma(\gamma_{ch}) \sqrt{\frac{2\gamma_{ch}}{\gamma_{ch} - 1} \left[1 - \left(\frac{P_s}{P_{ch}} \right)^{(\gamma_{ch} - 1)/\gamma_{ch}} \right]} \quad (5.23)$$

Enfin, l'impulsion spécifique est déduite de ces grandeurs par :

$$Isp = \frac{F}{\dot{Q} \cdot g_0} \quad (5.24)$$

Pour prendre en compte l'aspect réel de l'écoulement gazeux, les rendements de combustion et de détente doivent être fixés par l'utilisateur. Le rendement de combustion η_{comb} , généralement supérieur à 80 %, caractérise l'aspect non idéal de la combustion et modifie donc la pression dans la chambre de combustion :

$$\eta_{comb} = \frac{c_{exp}^*}{c_{theo}^*} \quad (5.25)$$

Le rendement de détente η_{det} , généralement compris entre 95 et 98 %, caractérise les pertes dans la tuyère :

$$\eta_{det} = \frac{Isp_{exp}}{Isp_{theo}} \cdot \frac{c_{theo}^*}{c_{exp}^*} \quad (5.26)$$

avec $\frac{Isp_{exp}}{Isp_{theo}}$ le rendement total intégrant l'ensemble des pertes dans le moteur.

Les grandeurs propulsives théoriques correspondent au cas où ces rendements sont unitaires.

Enfin, la possibilité de décollement du jet dans la tuyère est pris en compte par l'intermédiaire du critère empirique de Summerfield : lorsque le jet est décollé, le rapport entre les pressions de sortie et ambiante est inférieur à 0.4.

$$\frac{P_s}{P_{amb}} \leq 0.4 \quad (5.27)$$

5.3 Vérification du fonctionnement du code Hydres

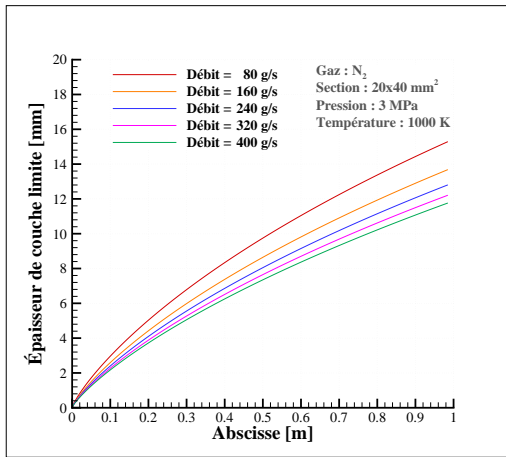
La vérification du fonctionnement du code HYDRES est complexe en raison du fort couplage des équations utilisées pour modéliser le processus de régression. Pour cette même raison, il semble difficile de trouver des cas tests dont des solutions analytiques sont connues afin de les comparer aux résultats donnés par le code numérique. Cette première validation ne peut donc se faire que d'une façon qualitative.

Pour que ces cas tests représentent le plus fidèlement possible les conditions d'écoulement dans un moteur hybride avec ou sans combustion, ceux-ci sont réalisés en considérant une section de 20x40 mm² pour le système d'équations écrit en coordonnées cartésiennes et un diamètre interne de 25 mm pour les équations axisymétriques. Les conditions de fonctionnement en terme de pression, débit et température seront également fixées afin de reproduire l'ambiance thermodynamique représentative d'un moteur hybride.

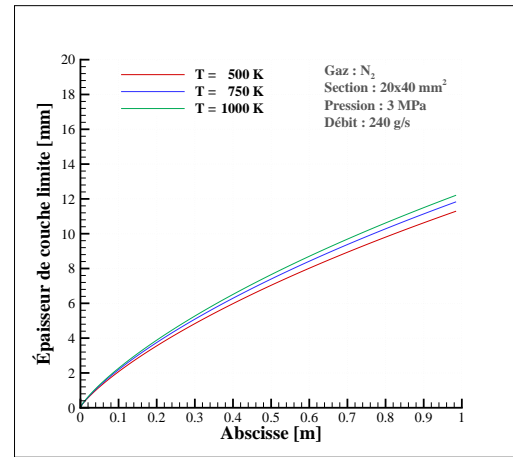
5.3.1 Évolution longitudinale des grandeurs thermodynamiques dans l'écoulement non visqueux

La méthodologie proposée pour résoudre les équations présentées dans les chapitres 3 et 4 commence par le calcul de l'écoulement non visqueux en considérant le débit à l'interface

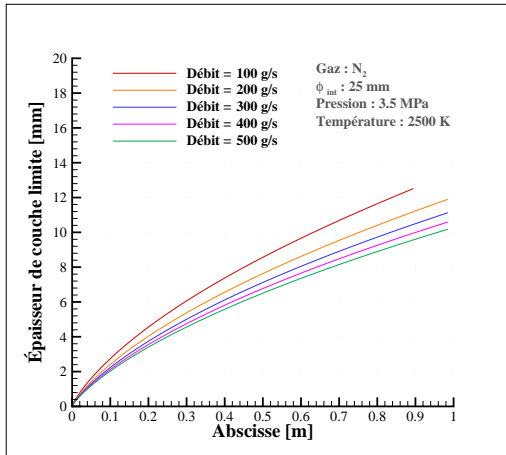
liquide-gaz nul. Cette étape correspond donc à un calcul de couche limite sans injection pariétale. Dans le cas d'un écoulement plan et turbulent, l'épaisseur de couche limite peut se calculer par la relation (5.6). Toutefois, cette relation n'est valable que dans le cas d'un écoulement non confiné donc non applicable pour un écoulement de conduite, l'effet du gradient de pression limitant l'expansion de la couche limite. Elle fournit cependant des renseignements très utiles sur l'évolution de cette dernière par rapport à différents paramètres. Ainsi, une augmentation de la vitesse de l'écoulement entraîne une diminution de l'épaisseur de couche limite. La viscosité dynamique d'une phase gazeuse augmentant avec la température, l'épaisseur de couche limite est donc une fonction croissante de la température. Comme le montre la figure (5.7), le code HYDRES représente correctement ces effets pour les écoulements plan et axisymétrique.



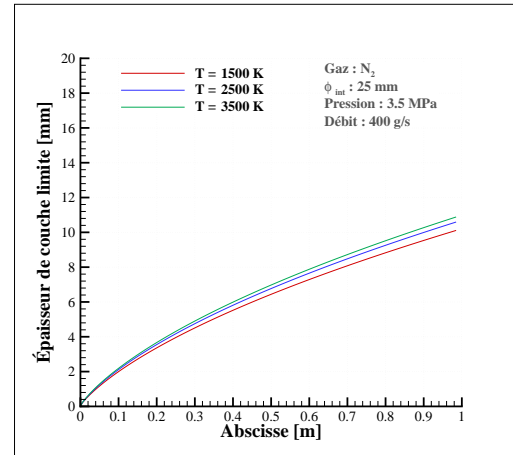
(a) Effet de la vitesse dans le cas d'un écoulement plan



(b) Effet de la température dans le cas d'un écoulement plan



(c) Effet de la vitesse dans le cas d'un écoulement axisymétrique



(d) Effet de la température dans le cas d'un écoulement axisymétrique

FIGURE 5.7 – Évolution de l'épaisseur de couche limite en fonction de la vitesse et de la température de l'écoulement

En raison du développement de la couche limite, la zone de fluide parfait diminue. La vitesse longitudinale dans cette région de l'écoulement tend alors à augmenter (figure 5.8).

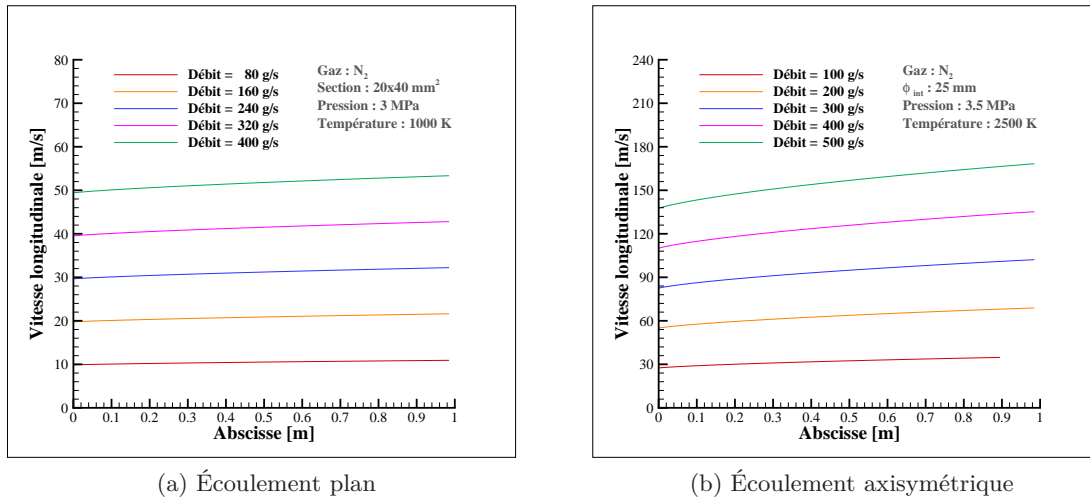


FIGURE 5.8 – Évolution de la vitesse longitudinale dans l'écoulement non visqueux

5.3.2 Évolutions longitudinales des grandeurs thermodynamiques dans la couche limite et dans le film liquide

La présence d'une flamme de diffusion au sein de la couche limite complexifiant les transferts de masse et d'énergie, la vérification qualitative du fonctionnement du code HYDRES n'est réalisée que dans le cas d'un écoulement plan et non réactif. Pour valider l'implémentation des équations, il est alors intéressant de regarder l'influence de la température et du débit en entrée de la chambre de combustion et celle de la fraction atomisée.

5.3.2.1 Influence de la température de la phase gazeuse

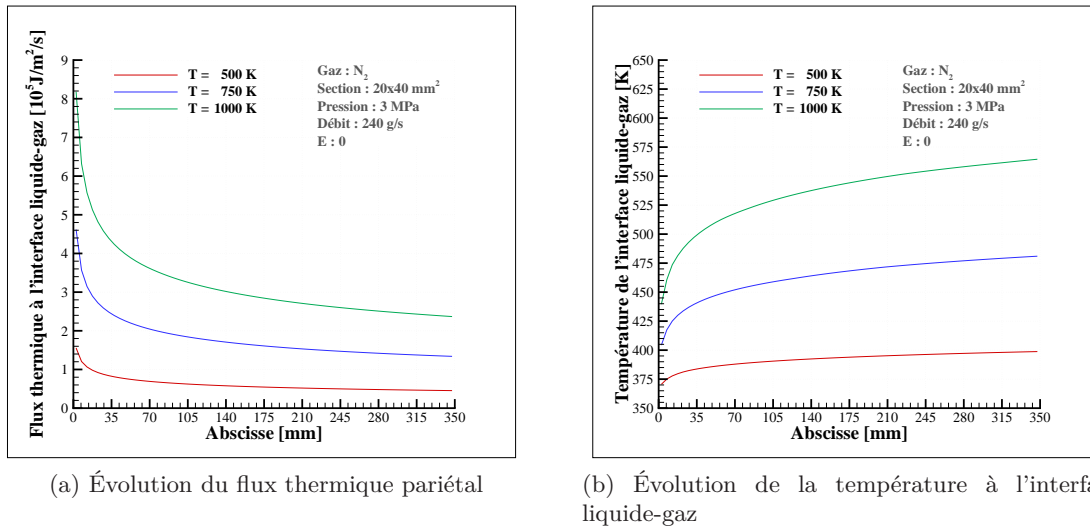


FIGURE 5.9 – Évolution longitudinale des grandeurs pariétales en fonction de la température de la phase gazeuse

Si la température de l'écoulement gazeux augmente lorsque les autres grandeurs de l'écoulement (pression, débit et fraction atomisée) sont fixées, alors le flux de chaleur à l'interface liquide-

gaz augmente. Il en est alors de même pour la température de l'interface liquide-gaz, supposée être en équilibre thermodynamique. Comme le montre la figure 5.9, cette évolution est correctement représentée par le code HYDRES.

Toutefois, il n'est pas possible de conclure quant à l'évolution longitudinale du flux thermique pariétal. Des relations, comme celle donnée par l'équation (5.28) valable pour un nombre de Prandtl unitaire, permettent de calculer le flux de chaleur pariétal d'un écoulement turbulent en fonction du nombre de Reynolds. Toutefois, elles ne sont valables que dans le cas d'une plaque plane à température constante, ce qui n'est pas le cas dans l'application étudiée.

$$Nu_x = 0.0292 \cdot Re_x^{0.8} \quad (5.28)$$

Le pression de vapeur saturante étant une fonction croissante de la température de l'interface liquide-gaz, la loi de Raoult (équation (3.103)) montre que la fraction molaire de combustible gazeux à l'interface liquide-gaz et la température de cette interface évoluent dans le même sens. Par conséquent, le nombre de Spalding massique augmente également avec la température de cette interface (équation (3.93)). D'après la relation (3.102), l'évaporation du film liquide s'en trouve alors favorisée (figure 5.10a). La quantité de chaleur parvenant à l'interface solide-liquide étant par la même occasion plus importante, la fusion du combustible solide s'en trouve également améliorée (figure 5.10b). Par ailleurs, pour une température de la phase gazeuse fixée, le débit évaporé augmente longitudinalement alors que le débit lié à la fusion de combustible diminue. Physiquement, ceci s'explique par une augmentation de la hauteur du film liquide (figure 5.11) permettant d'une part l'accroissement longitudinal du débit évaporé mais, d'autre part, réduisant la quantité d'énergie parvenant à la phase solide et ainsi, diminuant ainsi le débit lié à la fusion du combustible.

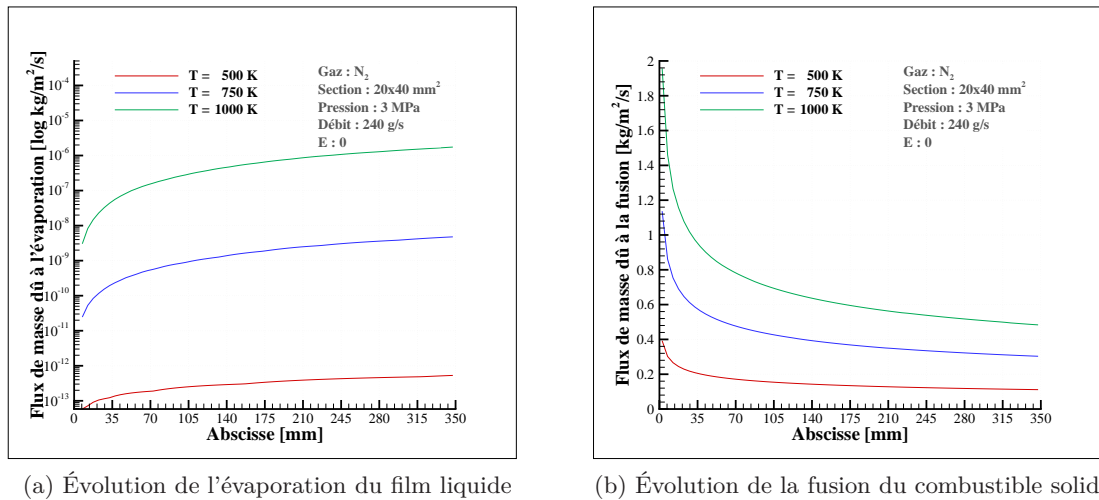


FIGURE 5.10 – Évolution longitudinale des flux de masse aux interfaces liquide-gaz et solide-liquide en fonction de la température de la phase gazeuse

Enfin, il est difficile de conclure quant à l'évolution de l'épaisseur du film liquide en fonction de la température (figure 5.11). En effet, d'après l'équation (3.113) de conservation de la masse intégrée sur la hauteur du film liquide, la hauteur de cette phase résulte d'une compétition entre son advection, son évaporation et son alimentation par la fusion du combustible solide, le flux de masse atomisé étant supposé nul pour faciliter la validation. Toutefois, comme le montre cette figure, l'épaisseur du film liquide augmente en fonction de l'abscisse. Cette évolution paraît justifiée puisque la hauteur de cette phase résulte d'un équilibre thermodynamique. Une diminution de l'épaisseur du film liquide, due à une augmentation de son advection ou de son

évaporation, impliquerait une augmentation de la quantité de chaleur parvenant à l'interface solide-liquide. Le flux de masse lié à la fusion du combustible solide s'en trouverait alors augmenté, alimentant ainsi le film liquide. Il paraît alors normal que cette épaisseur augmente en fonction de l'abscisse pouvant tendre vers une asymptote lorsque les pertes liées à l'évaporation et à l'atomisation du film liquide compensent la production du film due à la fusion du combustible solide.

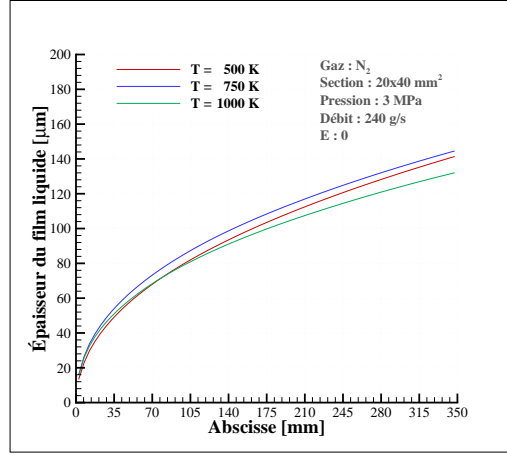


FIGURE 5.11 – Évolution longitudinale de l'épaisseur du film liquide en fonction de la température de la phase gazeuse

5.3.2.2 Influence du débit de la phase gazeuse

Lorsque le débit en entrée de la phase gazeuse augmente, la température et la pression étant fixées, la vitesse de l'écoulement non visqueux devient plus importante. Le coefficient de frottement et, par conséquent, la contrainte de cisaillement à l'interface liquide-gaz sont donc accrus. Il en résulte, d'après les équations (3.96) et (3.122), une augmentation du flux thermique à l'interface liquide-gaz (figure 5.12a) et de la vitesse à cette même interface (figure 5.12b).

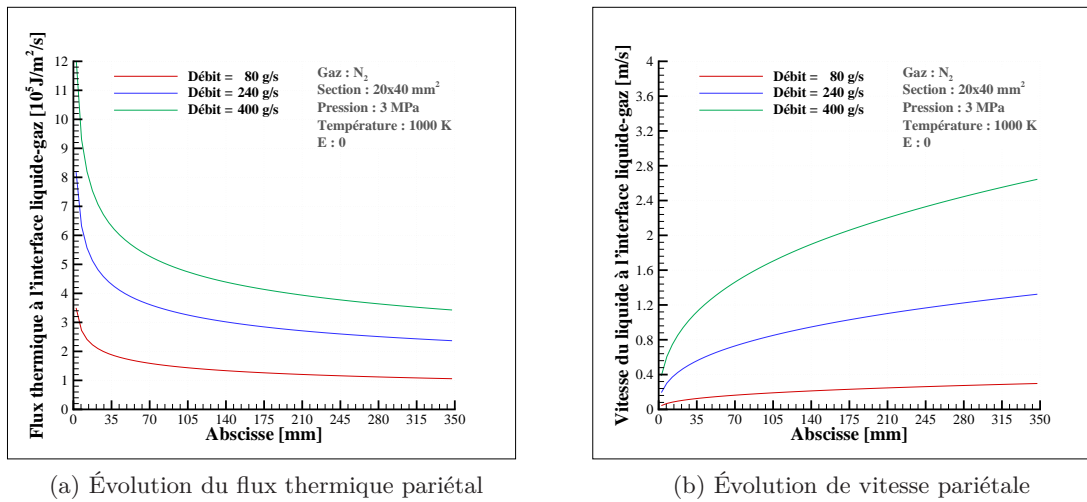


FIGURE 5.12 – Évolution longitudinale des grandeurs pariétales dans la couche limite en fonction de la vitesse de l'écoulement gazeux

Pour les mêmes raisons que celles énoncées précédemment, il n'est pas possible de conclure quant à l'évolution de l'épaisseur du film liquide en fonction de la vitesse de l'écoulement gazeux. La figure 5.13 montre tout de même que la hauteur de cette phase diminue en fonction de la vitesse de la phase gazeuse et tendrait vers une asymptote horizontale.

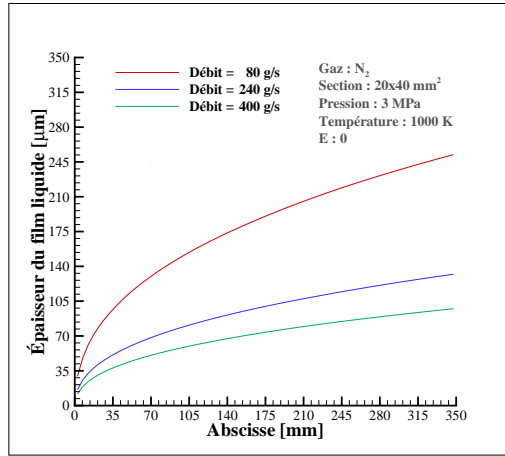


FIGURE 5.13 – Évolution longitudinale de l'épaisseur du film liquide en fonction de la vitesse de la phase gazeuse

5.3.2.3 Influence de la fraction de liquide atomisée

Le dernier paramètre dont l'influence peut facilement être observée est la fraction de liquide atomisée. Dans les cas précédents, celle-ci a été volontairement fixée à zéro pour ne pas que l'atomisation complexifie la compréhension des résultats. Lorsque le processus d'atomisation est activé (fraction atomisée non nulle), l'équation (3.113) de conservation de la masse intégrée sur l'épaisseur du film liquide montre une diminution de la hauteur de cette phase. Le système d'équation établi pour représenter l'écoulement non visqueux montre, quant à lui, une augmentation de l'épaisseur de la couche limite. D'après la figure (5.14), ces deux constatations sont bien représentées par le code HYDRES.

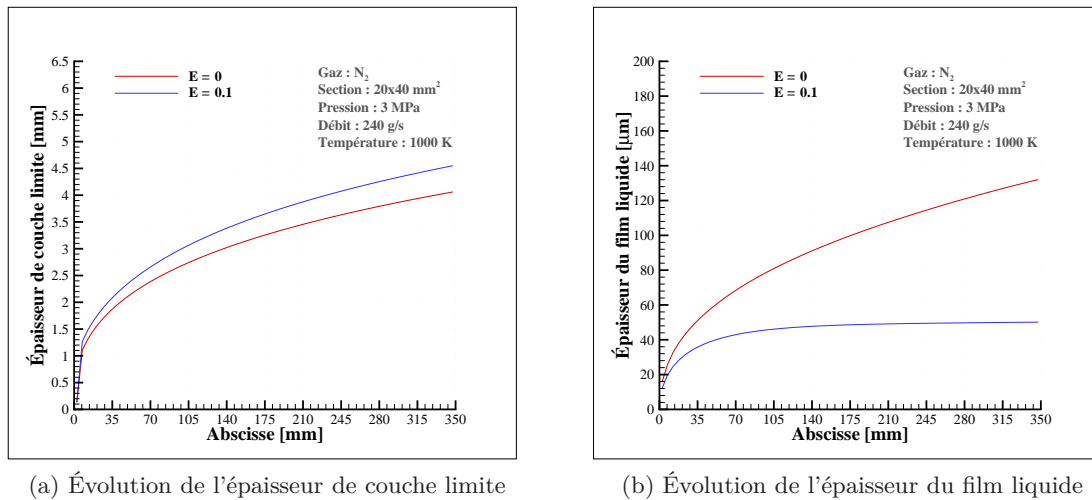


FIGURE 5.14 – Évolution des épaisseurs de couche limite et du film liquide en fonction de la fraction atomisée

Pour obtenir ces résultats, la valeur de la fraction atomisée a été arbitrairement fixée à 10 %, valeur représentative de l'atomisation d'un film liquide. Normalement, cette valeur évolue en fonction des grandeurs thermodynamiques et n'a aucune raison d'être constante. Par conséquent, seule la tendance générale de ces deux hauteurs est à prendre en compte dans la vérification du fonctionnement du code.

5.3.3 Conclusion

La vérification du fonctionnement du code HYDRES apparaît donc comme relativement complexe. Le fort niveau de couplage des équations ne permet pas de trouver facilement des cas tests pouvant être résolus analytiquement. La vérification ne peut alors se faire que d'une façon qualitative. Cependant, pour des raisons similaires, même ce niveau de vérification est également difficilement exploitable. Sur les quelques paramètres testés, le code semble néanmoins évoluer dans le bon sens.

La vérification définitive de ce code et la validation complète des modèles utilisés ne peut donc se faire qu'à l'aide d'essais expérimentaux spécialement dédiés à cette application.

Troisième partie

Validation expérimentale du code Hydres et des modèles de régression

Chapitre 6

Campagne d'essais réalisée sur le banc Hycarre

Sommaire

6.1	Présentation du banc Hycarre	93
6.2	Mesure de la vitesse de régression par ultrasons	95
6.2.1	Principe de la mesure	95
6.2.2	Détermination de la vitesse de régression	96
6.3	Validation du modèle plan sur cas tests expérimentaux	98
6.3.1	Définition des essais	98
6.3.2	Essai Hycarre_01 : essai de référence	100
6.3.3	Essai Hycarre_02 : influence de la température	107
6.3.4	Essai Hycarre_03 : influence du flux de masse	108
6.3.5	Conclusion	110

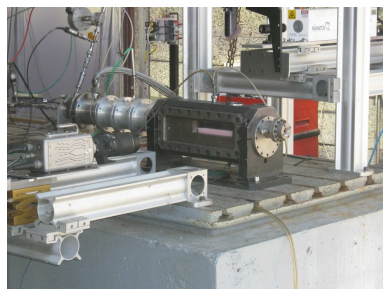
La validation de la modélisation de la régression dans le cas d'un écoulement plan en l'absence de combustion requiert l'utilisation d'un banc d'essais spécifique respectant les conditions particulières de l'écoulement gazeux. Lors de la thèse de Pelletier [55], l'ONERA a développé le banc expérimental HYCARRE (*HYbrid-fuel Consumption Analysis for Regression Rate Evaluation*) destiné à caractériser la vitesse de régression de combustibles soumis à un écoulement plan et non réactif. Ce moyen d'essais est donc utilisé pour la validation de la modélisation dans le cas particulier précédemment énoncé.

Après une rapide description du montage HYCARRE, ce chapitre présente la méthode de mesure de la vitesse de régression par ultrasons. La description des essais réalisés et la comparaison des résultats expérimentaux et numériques sont ensuite développées.

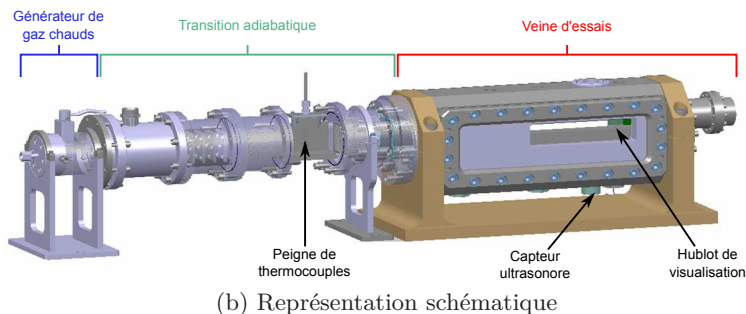
6.1 Présentation du banc Hycarre

Le montage HYCARRE (figure 6.1) est destiné à caractériser la vitesse de régression des combustibles utilisés en propulsion hybride (combustibles classiques ou liquéfiables) en l'absence de combustion découplant les phénomènes physiques intervenant dans leur dégradation. Ainsi, dans le cas d'un combustible liquéfiable, le processus de régression du bloc solide est uniquement dû aux effets thermiques (fusion du combustible et évaporation de film liquide) et dynamique (atomisation du film liquide).

Comme le montre la figure 6.1, le banc HYCARRE est composé de trois grandes parties. La première est constituée d'un générateur de gaz chauds qui permet de créer un écoulement dont le débit et la température sont modulables par l'intermédiaire d'une chambre de combustion pressurisée basée sur la réaction du couple H_2/O_2 gazeux. Ces paramètres sont parfaitement déterminés grâce au contrôle précis des conditions d'injection des ergols, contrôle réalisé par l'intermédiaire du diamètre du col et de la pression en amont de ce dernier. Cependant, le flux de masse délivré par ce générateur reste bien inférieur à celui rencontré dans un propulseur hybride.



(a) Banc HYCARRE dans la cellule d'essais



(b) Représentation schématique

FIGURE 6.1 – Banc expérimental HYCARRE

Un module permettant l'injection supplémentaire d'azote à température ambiante a donc été ajouté en aval du générateur. Le débit d'azote est également contrôlé précisément afin de maîtriser la dilution des produits de combustion issus du générateur. Cette dilution a d'une part pour conséquence de diminuer la température du gaz provenant du générateur et, d'autre part, d'accroître le débit masse de l'écoulement. Ce module d'injection constitue la partie amont de la transition adiabatique, deuxième élément du banc HYCARRE, complété par un nid d'abeille et par un module de mesure de la température par thermocouples. Le nid d'abeille permet d'assurer à la fois le contrôle et la reproductibilité du niveau de turbulence de l'écoulement principal. Le module de mesure permet d'obtenir la température de l'écoulement suivant plusieurs points dans le plan perpendiculaire à l'écoulement et ainsi de contrôler son uniformité d'un point de vue thermique.

Le gaz formé pénètre alors dans la veine d'essais, troisième et dernier élément du montage, dans laquelle est placé l'échantillon à tester. Grâce au contrôle des conditions d'injection des trois espèces gazeuses, le débit et la température de l'écoulement dans cette veine d'essais sont ajustés précisément afin d'obtenir les conditions d'essais souhaitées dans la gamme de fonctionnement de ce banc expérimental. Le montage HYCARRE a été conçu pour permettre un paramétrage de la vitesse de régression suivant :

- le flux de masse initial des gaz, compris entre 50 et $300 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$,
- la température de la veine d'essais variant théoriquement entre 500 et 1000 K ,
- la pression de la veine d'essais pouvant évoluer entre 1 et 3 MPa .

Comme le montre le schéma synoptique du banc HYCARRE (figure 6.2), des mesures de pression et de température sont réalisées sur les lignes d'injection des gaz ainsi que dans la veine d'essais. Elles permettent de connaître les conditions d'entrée dans la veine d'essais (débit, pression et température), valeurs utilisées par le programme HYDRES comme conditions aux limites pour le calcul de l'écoulement gazeux. Afin d'obtenir la vitesse de régression de l'échantillon placé dans la veine d'essais, celle-ci est équipée d'un capteur ultrasonore dont le principe et la mise en œuvre sont détaillés dans la section suivante (section 6.2).

La vitesse de régression peut également être obtenue en utilisant une technique similaire à la fluorescence induite par laser (cf. thèse Pelletier [55]). En plus de la vitesse de régression, cette technique permet, en théorie, d'obtenir des informations sur les écoulements fluides et sur

l'atomisation du film liquide. Toutefois, elle reste très complexe à mettre en œuvre en raison des conditions particulières de l'écoulement (fortes pression et température, ruissellement de gouttes d'eau sur les hublots de visualisation, ...).

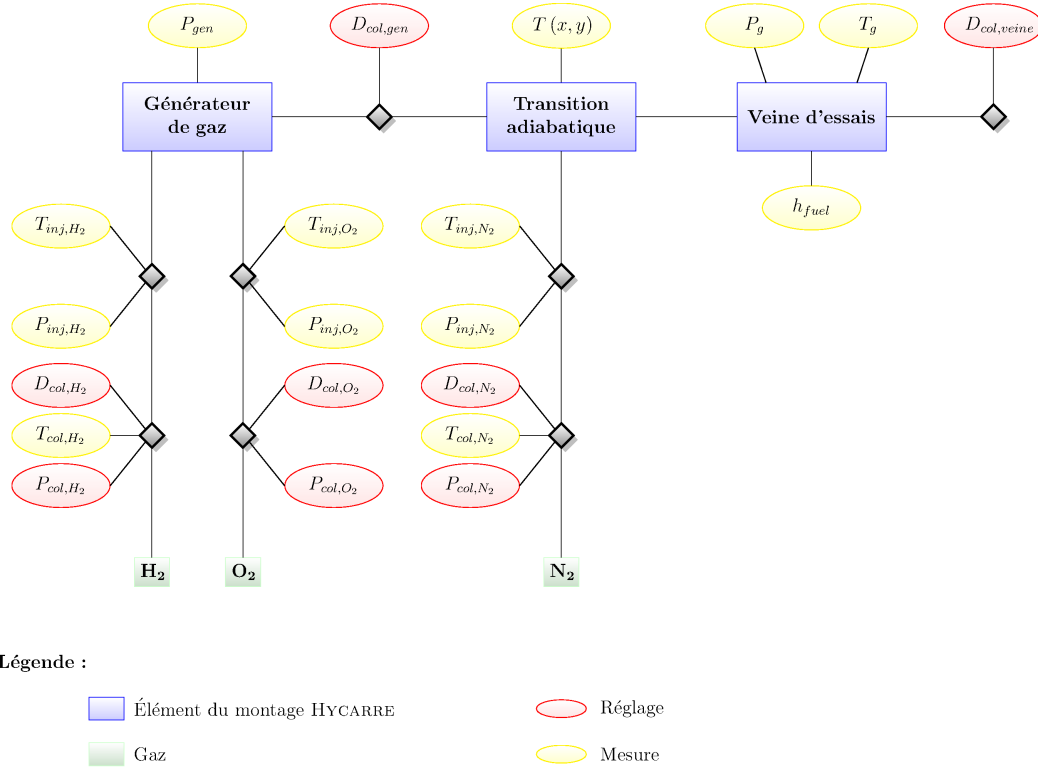


FIGURE 6.2 – Schéma synoptique du banc d'essais HYCARRE

6.2 Mise en œuvre de la mesure de vitesse de régression par ultrasons

6.2.1 Principe de la mesure

La mesure de vitesse de régression par ultrasons est une méthode non intrusive basée sur la mesure du temps de parcours aller-retour d'une onde ultrasonore à travers un milieu, à l'instar de la technique du sonar. Une onde acoustique, de fréquence très élevée (≥ 20 kHz), est produite par un émetteur à ultrasons et se propage rectilignement dans le matériau (figure 6.3). Lorsqu'elle rencontre un obstacle (interface entre deux milieux, fissure, ...), l'onde se réfléchit partiellement sur celui-ci et retourne vers l'émetteur, jouant cette fois-ci le rôle de récepteur. L'épaisseur instantanée du milieu traversé est alors déduite du temps de parcours aller-retour de l'onde mécanique en supposant la vitesse du son dans le milieu connue. La vitesse de régression instantanée est ensuite obtenue par différentiation de cette épaisseur.

Le capteur ultrasonore est généralement découplé du matériau à caractériser par l'insertion d'un matériau de "couplage". Celui-ci permet d'une part de protéger le capteur du flux thermique provenant de l'écoulement gazeux et, d'autre part, de générer un retard de ligne permettant d'accroître la durée entre l'émission et la réception de l'onde ultrasonore, durée très utile lors de la mesure de faibles épaisseurs. Le matériau de couplage est généralement choisi afin de minimiser la différence d'impédance acoustique entre ce dernier et le matériau à caractériser et, par conséquent, de minimiser l'amplitude de l'écho de retour dû à ce changement de milieu. L'énergie

de l'onde qui se réfléchit sur la surface libre du matériau à caractériser est donc maximale, permettant ainsi une détection plus aisée et moins bruitée du signal.

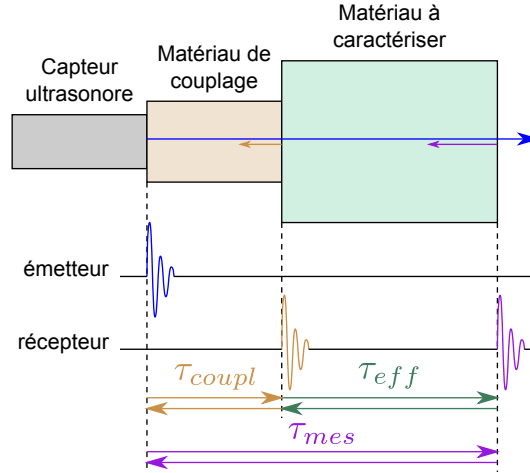


FIGURE 6.3 – Principe de la mesure ultrasonore

Pour rappel, l'impédance acoustique d'un milieu s'exprime en fonction de la vitesse du son c dans le milieu par la relation suivante :

$$Z = \rho c \quad (6.1)$$

Pour une onde mécanique se propageant d'un milieu 1 vers un milieu 2, si $Z_1/Z_2 = 0$ ou $Z_1/Z_2 \rightarrow \infty$, alors l'onde incidente est entièrement réfléchiée sur l'interface tandis que le cas $Z_1/Z_2 = 1$ correspond à une transmission totale de l'onde incidente dans le milieu 2. L'impédance des milieux est alors dite adaptée.

6.2.2 Détermination de la vitesse de régression

6.2.2.1 Expression de la vitesse de régression en fonction du temps de parcours

Le système d'acquisition associé au capteur ultrasonore fournit le temps de parcours τ_{mes} correspondant à la traversée de l'onde mécanique dans l'ensemble formé par le matériau de couplage et le bloc de combustible. Afin d'obtenir le temps de parcours τ_{eff} associé au combustible solide seul, la première étape de l'analyse consiste à retrancher le temps de parcours τ_{coupl} dans le matériau de couplage :

$$\tau_{eff} = \tau_{mes} - \tau_{coupl} \quad (6.2)$$

avec :

$$\tau_{coupl} = \frac{2h_{coupl}}{c_{coupl}} \quad (6.3)$$

h_{coupl} et c_{coupl} étant respectivement la hauteur du matériau de couplage et la vitesse du son dans ce milieu. Dans la pratique, le temps de parcours dans le matériau de couplage est mesuré directement à l'aide d'un capteur ultrasonore.

Le combustible solide étant soumis au flux de chaleur provenant de l'écoulement gazeux, un gradient thermique se développe au sein de cette phase. La prise en compte d'un profil thermique dans le bloc solide induit alors une variation spatiale de la vitesse du son. Ainsi, la durée mise par l'onde mécanique pour traverser le combustible est liée à la vitesse du son locale par la relation :

$$\tau_{eff}(t) = 2 \int_{y_{sl}(t)}^{y_{sl}(t)+h_s(t)} \frac{1}{c(y)} \cdot dy \quad (6.4)$$

En général, la vitesse du son dans un milieu varie en fonction de la température et de la pression et s'exprime, en fonction de ces caractéristiques, par la relation suivante [7] :

$$\frac{c_{ref}}{c} = [1 + k_T (T - T_{ref})] [1 - k_P (P - P_{ref})] \quad (6.5)$$

avec c_{ref} la vitesse du son aux température et pression de référence. Dans cette relation, les constantes k_T et k_P correspondent respectivement aux coefficients de température et de pression et permettent de prendre en compte l'évolution des profils de ces deux grandeurs thermodynamiques au sein du matériau.

Les combustibles liquéfiables étant peu compressibles, l'influence de la pression sur la vitesse du son est négligée ($k_P = 0$). Le temps de parcours est alors relié au profil thermique dans le matériau par l'expression :

$$\tau_{eff}(t) = \frac{2}{c_{ref}} \int_{y_{sl}(t)}^{y_{sl}(t)+h_s(t)} [1 + k_T (T_s(y) - T_{ref})] \cdot dy \quad (6.6)$$

le profil thermique dans la matériau ayant été déterminé préalablement (équation (3.110)) :

$$T_s(y) = T_{amb} + (T_{sl} - T_{amb}) \exp \left[-\frac{v_{sl}}{\alpha_s} (y - y_{sl}) \right] \quad (6.7)$$

L'expression analytique du temps de parcours dans le matériau est alors donnée par la formule suivante :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} c_{ref} \tau_{eff}(t) &= h_s(t) [1 + k_T (T_{amb} - T_{ref})] \\ &+ k_T \frac{\alpha_s}{v_{sl}(t)} (T_{sl} - T_{amb}) \left[1 - \exp \left(-\frac{v_{sl}(t)}{\alpha_s} h_s(t) \right) \right] \end{aligned} \quad (6.8)$$

L'équation précédente relie donc le temps de parcours de l'onde ultrasonore, l'épaisseur instantanée du combustible solide et la vitesse de régression instantanée de l'interface solide-liquide, ces deux dernières grandeurs étant liées par la relation :

$$v_{sl}(t) = \frac{dh_s}{dt} \quad (6.9)$$

Le système d'acquisition associé au capteur ultrasonore ne fournissant qu'une évolution discrète du temps de parcours de l'onde mécanique, les deux équations précédentes doivent donc être discrétisées. Leur combinaison permet d'obtenir :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} c_{ref} \tau_{eff}^{k+1} &= h_s^{k+1} [1 + k_T (T_{amb} - T_{ref})] \\ &+ k_T \frac{\alpha_s \Delta t}{h_s^{k+1} - h_s^k} (T_{sl} - T_{amb}) \left[1 - \exp \left(-\frac{h_s^{k+1} - h_s^k}{\alpha_s \Delta t} h_s^{k+1} \right) \right] \end{aligned} \quad (6.10)$$

avec $h_s^0 = h_{s,ini}$ la hauteur initiale du combustible solide et $T_{sl} = T_{fus}$, la température de fusion du combustible liquide..

Cette équation, résolue numériquement par une méthode de type dichotomie, permet d'obtenir l'épaisseur instantanée du combustible solide en fonction du temps de parcours de l'onde ultrasonore. La vitesse de régression est alors déduite par la discrétisation de l'équation (6.9) :

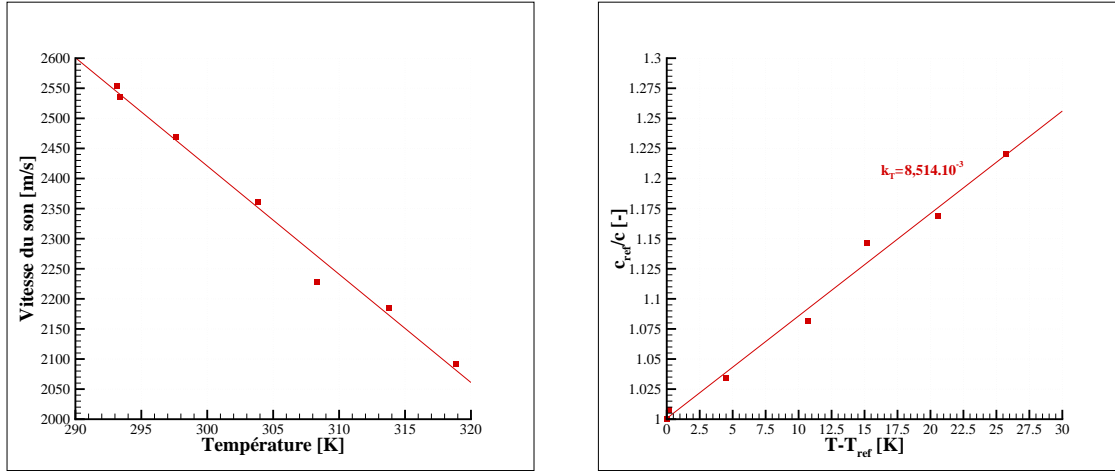
$$v_{sl}^{k+1} = \frac{h_s^{k+1} - h_s^k}{\Delta t} \quad (6.11)$$

6.2.2.2 Détermination expérimentale de la vitesse du son dans la paraffine

Pour exploiter l'expression (6.10) et ainsi obtenir la vitesse de régression instantanée, les constantes c_{ref} et k_T doivent être connues. Leur détermination revient donc à connaître la loi d'évolution de la vitesse du son exprimée par la relation (6.5). La littérature ne fournissant pas une telle loi pour la paraffine utilisée dans la cadre de cette thèse, celle-ci a été déterminée expérimentalement.

Pour cela, un échantillon d'épaisseur calibrée a été placé dans un four dont la température était précisément connue. Une mesure du temps de parcours d'une onde ultrasonore a ensuite été réalisée permettant ainsi de connaître la vitesse du son dans le matériau à la température du four. Comme le montre la figure 6.4, l'évolution de la vitesse du son en fonction de la température est quasi-linéaire, ce qui permet de déterminer, par l'intermédiaire d'une régression linéaire, le coefficient de température k_T . La vitesse du son de la paraffine utilisée s'exprime alors par la relation :

$$c(T) = \frac{2554}{1 + 8.514 \cdot 10^{-3} (T - 293.15)} \quad (6.12)$$



(a) Mesures expérimentales réalisées sur l'échantillon de paraffine

(b) Loi d'évolution de la vitesse du son

FIGURE 6.4 – Évolution de la vitesse du son en fonction de la température

6.3 Validation sur cas tests expérimentaux du modèle de régression développé dans le cas d'un écoulement plan et non réactif

6.3.1 Définition des essais

Le banc HYCARRE permet de caractériser la vitesse de régression des combustibles utilisés en propulsion hybride en fonction de la température, du flux de masse et de la pression de l'écoulement gazeux. La pression n'ayant qu'une influence secondaire sur la vitesse de régression des combustibles, seule celle de ces deux premières grandeurs est quantifiée.

Compte tenu des plages de flux de masse et de température couvertes dans ce moyen expérimental, trois essais, récapitulés dans le tableau 6.1, ont été définis. L'essai Hycarre_01, considéré comme la référence, se rapproche le plus de l'ambiance thermique et dynamique d'un moteur hybride. L'essai Hycarre_02 a pour objectif de caractériser l'influence de la température sur le

vitesse de régression par rapport à la référence. L'influence du flux de masse de l'écoulement gazeux est, quant à lui, observée en comparant les tests Hycarre_01 et Hycarre_03.

La définition de ces trois essais permet de confronter les résultats expérimentaux et numériques dans différentes configurations. Ainsi, l'essai Hycarre_01 permet de valider l'intégralité du modèle développé dans le cas d'un écoulement plan. Cet essai permet éventuellement d'adapter les constantes de la loi d'atomisation afin d'avoir une meilleure concordance entre les vitesses de régression numérique et expérimentale. Les essais Hycarre_02 et Hycarre_03 permettent de découpler les effets thermique et dynamique sur la vitesse de régression. Une prépondérance est donnée d'une part à l'atomisation et, d'autre part, aux transferts thermiques permettant ainsi de valider séparément ces parties dans le code HYDRES.

TABLEAU 6.1 – Essais réalisés sur le banc HYCARRE

	Flux de masse initial [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$]	Température de consigne [K]
Hycarre_01	300	1000
Hycarre_02	300	600
Hycarre_03	80	1000

Pour obtenir précisément le flux de masse initial ainsi que la température souhaités, différents paramètres de réglages doivent être calculés (figure 6.2). Les caractéristiques d'un essai en terme de température et de flux massique correspondent ainsi à un triplet unique de débits d'hydrogène, d'oxygène et d'azote. Chacun de ces débits est conditionné à la fois par le diamètre du col et par la pression en amont de ce dernier. Le diamètre du col du générateur pilote la température de flamme de la réaction chimique entre l'oxygène et l'hydrogène, permettant d'obtenir, après l'ajout d'azote, la température souhaitée dans la veine d'essais. Le diamètre du col de la veine d'essais permet, quant à lui, une pressurisation de cette dernière afin de représenter le plus fidèlement possible les conditions d'écoulement rencontrées dans un moteur hybride. Les valeurs des paramètres pilotant l'écoulement dans la veine d'essais sont précisées dans le tableau 6.2 [55].

TABLEAU 6.2 – Paramètres de réglage des essais réalisés sur le banc HYCARRE (cf. figure 6.2)

	Hycarre_01	Hycarre_02	Hycarre_03
D_{col,H_2} [mm]	1.34	1.78	1.10
D_{col,O_2} [mm]	1.05	0.88	0.70
D_{col,N_2} [mm]	4.90	4.90	2.70
$D_{col,gen}$ [mm]	3.50	3.50	2.50
$D_{col,veine}$ [mm]	8.90	8.90	8.90
P_{col,H_2} [MPa]	4.979	5.987	5.345
P_{col,O_2} [MPa]	6.284	4.838	5.006
P_{col,N_2} [MPa]	4.841	4.855	3.987

6.3.2 Essai Hycarre_01 : essai de référence

6.3.2.1 Analyse des résultats expérimentaux

Les évolutions temporelles des grandeurs expérimentales (pressions, températures, débits et épaisseur brûlée) sont représentées sur la figure 6.5.

Grandeurs thermodynamiques dans la veine d'essais

Comme le montre la figure 6.5d, la température des gaz dilués dans la veine d'essais n'est pas constante durant le tir et la valeur maximale atteinte ne correspond pas à la valeur théorique. Cette constatation avait déjà été faite par Pelletier [55] et, bien que des efforts aient été fournis pour essayer de réduire à la fois la durée de ce transitoire et les pertes thermiques dans l'installation expérimentale, ce comportement n'a pas pu être corrigé. Un fonctionnement à température variable ne permet donc pas de considérer les conditions de l'essai stationnaires, hypothèse à la base du modèle développé. Le fonctionnement du banc d'essais est alors supposé, à chaque instant, comme pseudo-stationnaire d'un point de vue thermique. À chaque temps de calcul, les profils thermiques sont considérés comme établis.

La figure 6.5c illustre l'évolution de la pression dans la veine d'essais. Étant donnée l'évolution de la température durant le tir, il est normal de constater un accroissement de la pression au cours du temps. Le saut de pression est observé après 0.5s de fonctionnement s'explique par la variation des conditions d'injection des ergols. Afin d'optimiser l'allumage du générateur de gaz, le débit d'hydrogène est piloté pour se rapprocher du rapport de mélange stoechiométrique du couple H_2/O_2 . Lorsque la phase d'allumage est terminée, le débit d'hydrogène prend sa valeur nominale ce qui, dans la cas présent, correspond à une augmentation de la pression d'injection de cet ergol (figure 6.5b). Les pressions dans le générateur et dans la veine d'essais sont ainsi impactées par cette variation.

Débits des espèces gazeuses

Pour déterminer le débit de chaque espèce gazeuse, la relation d'amorçage d'un col est utilisée. Ainsi, connaissant la température et la pression en amont des cols se situant sur les lignes d'alimentation en oxygène, hydrogène et azote (figures 6.5a et 6.5d), chacun de ces débits, représentés à la figure 6.5e, est calculé par la relation suivante :

$$\dot{Q}_i(t) = \frac{P_{col,i}(t) A_{col,i}}{c_i^*(T_{col,i})} \quad (6.13)$$

\dot{Q}_i et c_i^* étant respectivement le débit et la vitesse caractéristique de l'espèce i .

Le débit total s'écoulant dans la veine d'essais s'obtient alors par sommation des débits de ces trois espèces gazeuses :

$$\dot{Q}_g(t) = \dot{Q}_{H_2}(t) + \dot{Q}_{O_2}(t) + \dot{Q}_{N_2}(t) \quad (6.14)$$

Épaisseur brûlée

La figure 6.5f représente l'évolution temporelle de l'épaisseur brûlée, différence entre l'épaisseur initiale de l'échantillon et son épaisseur instantanée, cette dernière étant déterminée par l'intermédiaire de la méthode développée à la section précédente (partie 6.2). Comme le montre cette figure, l'épaisseur brûlée diminue au cours de la première seconde de tir, ce qui est théoriquement impossible. Cette évolution peut toutefois s'expliquer en considérant la dilatation thermique de la paraffine solide. En effet, au moment de l'allumage du générateur de gaz, la température augmente progressivement dans la veine d'essais, ce qui induit l'apparition d'un profil thermique dans le combustible solide initialement à la température ambiante. Au bout de 0.8s,

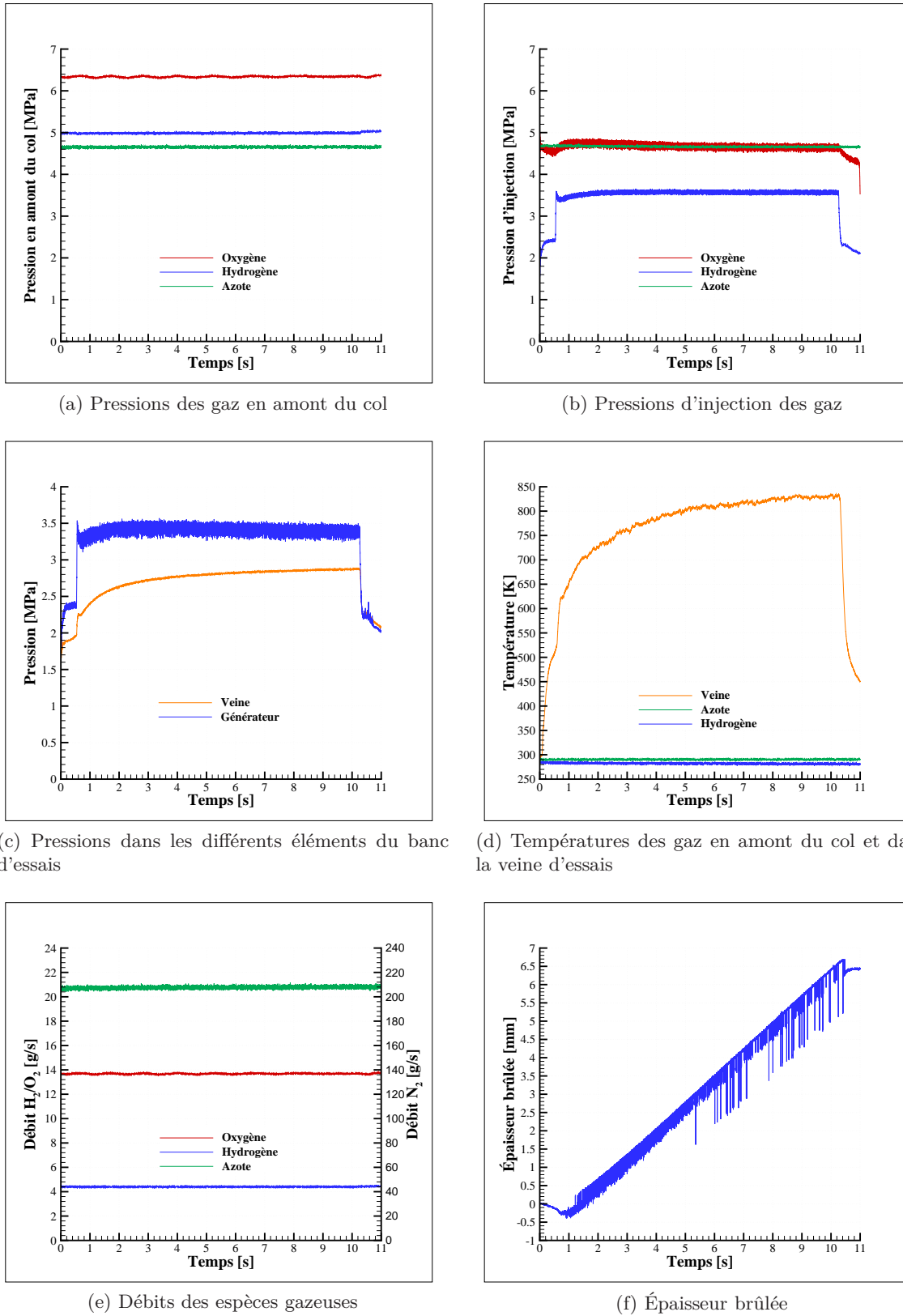


FIGURE 6.5 – Évolution des grandeurs expérimentales de l'essai Hycarre_01

la profondeur de pénétration thermique est égale à 1.05 mm. Dès lors, en considérant une évolution linéaire de la température sur cette profondeur de pénétration thermique, le changement de densité du matériau dû à la diffusion thermique provoque une augmentation de l'épaisseur du combustible solide de 0.18 mm, valeur en accord avec celle obtenue à l'aide de la mesure ultrasonore (0.22 mm).

Il est possible de vérifier en partie la validité de la mesure par ultrasons en comparant l'épaisseur finale obtenue à celle mesurée sur l'échantillon après l'essai à l'aide d'un pied à coulisse. L'écart entre ces deux mesures est de 0.2 mm, ce qui correspond à une erreur relative inférieure à 1.5 %.

Note 2. Pour rappel, la profondeur de pénétration thermique δ_T dans un matériau est calculée par la formule suivante :

$$\delta_T = 4\sqrt{\alpha_s t} \quad (6.15)$$

avec α_s la diffusivité thermique du combustible solide.

Remarque 6.1. Le bruit observé sur la courbe représentant l'épaisseur brûlée instantanée (figure 6.5f) correspond à un changement très rapide de l'alternance de l'onde ultrasonore suivie (figure 6.6), changement certainement dû à la présence du film liquide.

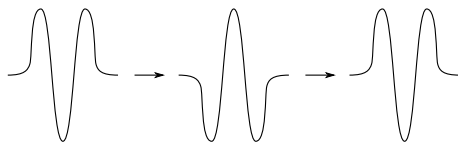


FIGURE 6.6 – Changement de l'alternance de l'onde ultrasonore

Vitesse de régression

Connaissant l'évolution temporelle de l'épaisseur brûlée, il est alors possible d'obtenir la vitesse de régression instantanée de l'échantillon de paraffine (figure 6.7). Toutefois, compte tenu du niveau de bruitage très important, des opérations de traitement de signal (lissage, filtrage, ...) ont été nécessaires pour rendre cette figure exploitable. Le débit gazeux en amont de la veine d'essais étant constant, la régression de surface du combustible implique une baisse du flux de masse de l'écoulement qui, pour cet essai varie entre 300 et 215 kg · m⁻² · s⁻¹. En raison de cette décroissance durant l'essai, la vitesse de régression devrait diminuer. Bien que la vitesse de régression obtenue expérimentalement ait globalement tendance à diminuer sur la fin de l'essai, elle semble tendre vers une valeur constante durant les premiers instants de la régression (les quatre premières secondes). Cette constatation peut s'expliquer par l'évolution de la température dans la veine au cours de l'essai. Puisque cette dernière croît tout au long de l'essai, le flux thermique pariétal issu de l'écoulement gazeux augmente également. Il en découle une hausse des transferts thermiques dans les phases condensées, permettant ainsi une hausse des transferts de masse entre le solide, le liquide et le gaz. Il en résulte alors un accroissement de la vitesse de régression du combustible solide. La baisse théorique de la vitesse de régression serait alors compensée par l'augmentation de la température dans l'écoulement gazeux.

Il est à noter que la valeur obtenue pour la vitesse de régression (environ 0.75 mm · s⁻¹) est bien loin de celle annoncée dans le chapitre État de l'art (3 à 5 mm · s⁻¹). En raison de l'absence de réaction chimique dans la veine d'essais du banc HYCARRE, l'ambiance thermique n'est pas identique à celle d'un moteur hybride. Les transferts de masse et de chaleur ne sont, par conséquent, pas similaires à ceux présents lors d'une combustion, ce qui implique une vitesse de régression plus faible.

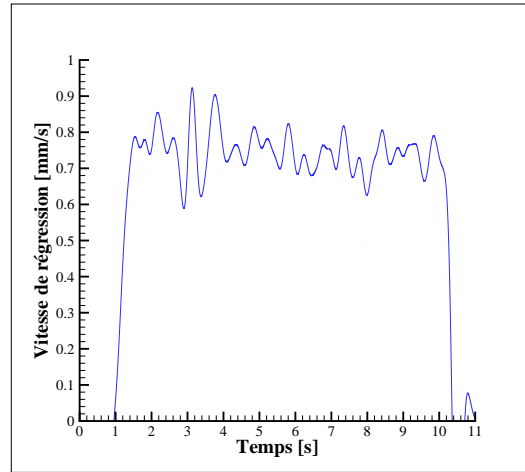


FIGURE 6.7 – Vitesse de régression obtenue lors de l’essai Hycarre_01

6.3.2.2 Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques

Conditions initiales nécessaires pour la réalisation de la simulation numérique

Comme le présente la figure 5.4, plusieurs types d’entrée sont nécessaires à la réalisation d’une simulation numérique par le code HYDRES. Dans le cas d’un écoulement plan non réactif, ces derniers correspondent à des dimensions géométriques et aux conditions d’entrée de la phase gazeuse.

D’un point de vue géométrique, le code monodimensionnel développé permet uniquement de prendre en compte un échantillon d’épaisseur constante. Or, pour diverses raisons expliquées dans la thèse de Pelletier [55], la partie amont du bloc de combustible est en forme de rampe avant d’atteindre une zone horizontale (figure 6.8a). Pour réaliser la simulation numérique, le bloc est donc supposé parfaitement parallélépipédique (figure 6.8b). Toutefois, une correction est apportée sur l’épaisseur de l’échantillon. En effet, la modélisation des combustibles liquéfiables réalisée précédemment ne permet pas de prendre en compte la dilatation thermique du bloc solide. Cet accroissement de l’épaisseur est alors reporté sur l’épaisseur initiale du combustible (figure 6.8b).

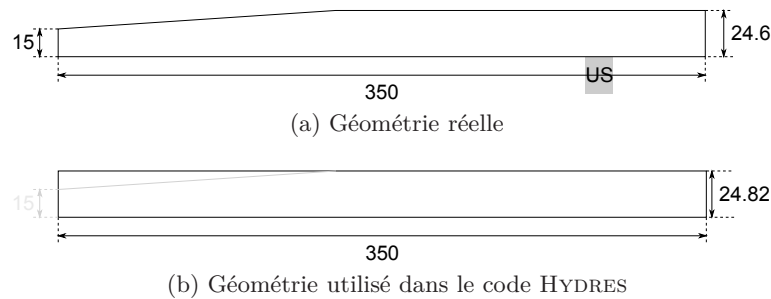


FIGURE 6.8 – Géométrie des blocs de paraffine utilisés dans le banc HYCARRE

Ensuite, pour calculer l’écoulement gazeux, les dimensions géométriques de la section de passage de l’écoulement gazeux (largeur et profondeur de la veine d’essais) doivent être données. Toutefois, les développements des couches limites sur les parois supérieures et latérales de la veine ne sont pas pris en compte par le code monodimensionnel. Pour remédier à ce problème, une veine d’essais de section réduite est utilisée pour le calcul numérique (figure 6.9). La détermination de cette section réduite se base sur le calcul de l’épaisseur intégrale de déplacement moyennée

sur la longueur L de l'échantillon de paraffine :

$$\delta_m^* = \frac{1}{L} \int_0^L \delta^*(x) \cdot dx \quad (6.16)$$

Pour déterminer cette épaisseur, l'expression (3.82) du facteur de forme F_{δ^*} est utilisée. En considérant une densité constante, l'épaisseur intégrale de déplacement se met sous la forme suivante :

$$\delta^* = \frac{n}{n+1} \delta \quad (6.17)$$

avec $n = 1/7$ et δ l'épaisseur de couche limite donnée par la relation :

$$\delta = \frac{0.38 \cdot x}{Re_x^{0.2}} \quad (6.18)$$

Compte tenu des caractéristiques thermodynamiques de l'écoulement et en supposant un flux de masse constant pendant la régression (hypothèse justifiée par les faibles vitesses de régression observées expérimentalement), l'épaisseur intégrale de déplacement moyennée sur la longueur de l'échantillon de paraffine est donc de 1.7 mm.

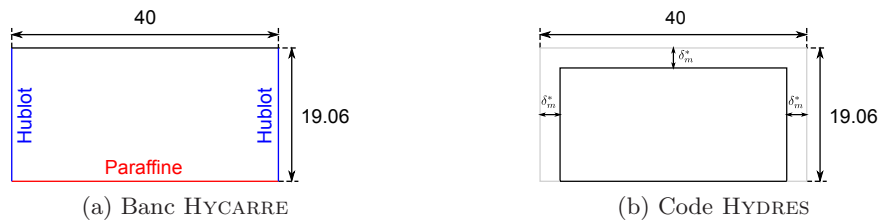


FIGURE 6.9 – Coupe transversale de l'écoulement gazeux du banc HYCARRE

Pour permettre le calcul de l'écoulement gazeux, les évolutions temporelles du débit total, de la pression et de la température issues des mesures expérimentales dans la veine d'essais sont données comme conditions aux limites de cette phase fluide. Toutefois, la composition de l'écoulement gazeux "oxydant" doit également être précisée. La réaction de combustion dans le générateur de gaz étant pauvre, les espèces gazeuses présentes dans la veine d'essais sont alors de l'azote, de la vapeur d'eau et de l'hydrogène. Compte tenu des débits respectifs des espèces gazeuses utilisés par cette installation expérimentale, les fractions massiques de ces deux dernières espèces sont supposées négligeables par rapport à celle d'azote (environ 7 % pour la vapeur d'eau et inférieur à 1.5 % pour l'hydrogène). Dans le code HYDRES, l'écoulement gazeux à l'extérieur de la couche limite est alors supposé être constitué uniquement d'azote.

Exploitation des résultats

La figure 6.10 présente la comparaison entre la simulation numérique de l'essai Hycarre_01 (réalisée avec un pas de temps de 0.1 s) et les résultats expérimentaux. Pour faciliter cette comparaison, l'évolution temporelle de l'épaisseur brûlée issue de la mesure ultrasonore est translatée de l'épaisseur due à la dilatation thermique.

Comme le montre respectivement les figures 6.10a et 6.10b, les évolutions moyennes de pression et de température fournies par le code de calcul sont très proches de celles obtenues expérimentalement. Cette concordance était prévisible puisque d'une part, les gradients longitudinaux de pression et de température à l'extérieur de la couche limite sont très faibles et, d'autre part, les grandeurs expérimentales servent de conditions aux limites au code numérique.

L'évolution moyenne de l'épaisseur brûlée (figure 6.10c) obtenue numériquement est relativement proche de celle issue de la mesure ultrasonore. Toutefois, pour arriver à ce résultat,

les constantes de la loi d'atomisation ont été modifiées puisque, en utilisant les valeurs données par Sawant *et al.* [63], la fraction atomisée est très faible ($E \sim 10^{-6}$). Par conséquent, le débit atomisé est presque nul ce qui, compte tenu de la vitesse relative entre les phases fluides et des propriétés thermophysiques du film liquide, n'est pas réaliste. Les constantes utilisées dans cette loi ont donc été adaptées pour que les valeurs numériques correspondent à celles mesurées expérimentalement. La loi d'atomisation, donnant un taux d'atomisation proche de 20 %, s'exprime alors par la relation suivante :

$$E = 5 \cdot 10^5 \left(1 - \frac{250 \ln(Re_l) - 1265}{Re_l} \right) \tanh \left(800 \cdot Re_l^{-0.35} We^{*1.25} \right) \quad (6.19)$$

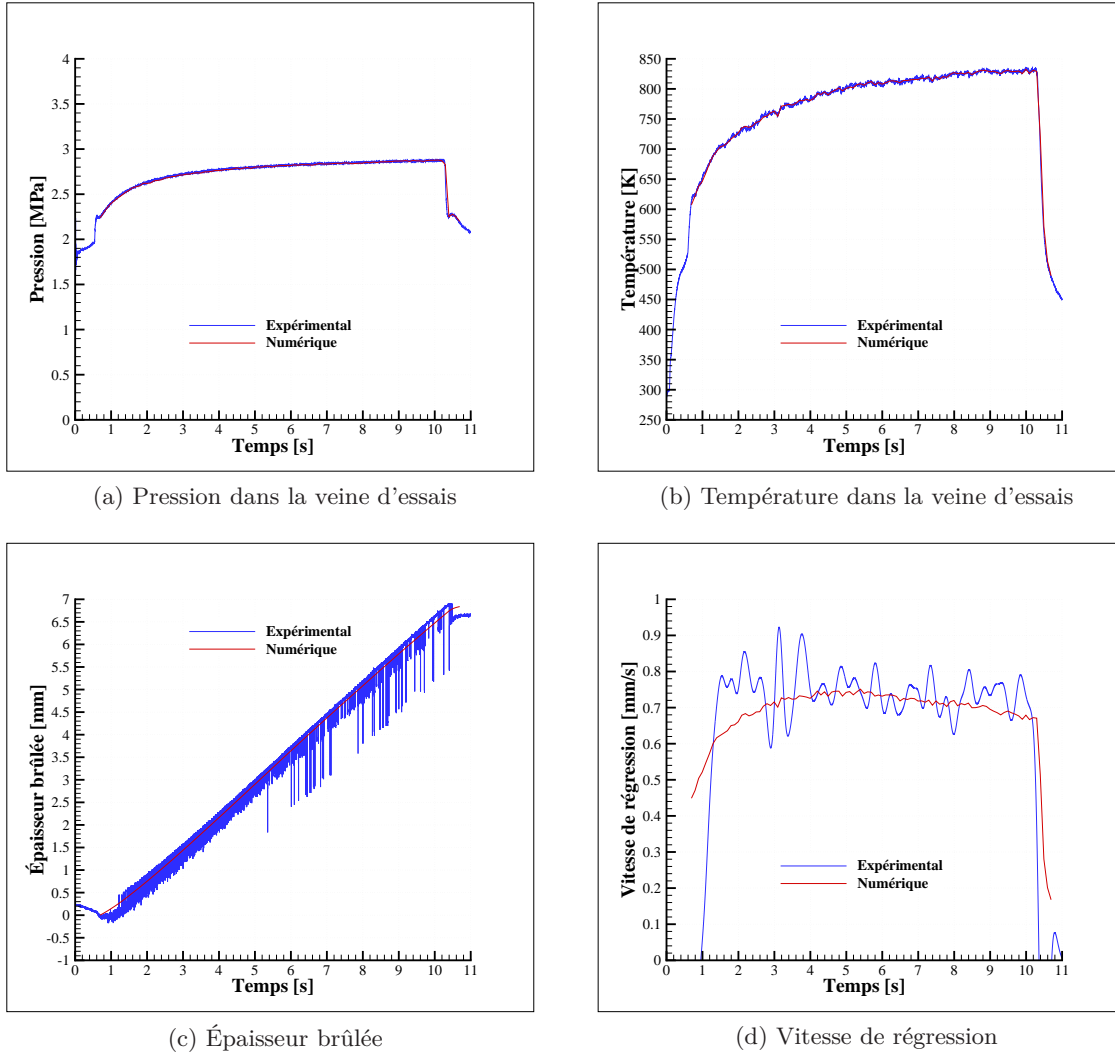


FIGURE 6.10 – Comparaison entre les résultats expérimentaux et la simulation numérique de l'essai Hycarre_01

Enfin, la vitesse de régression moyenne issue de la simulation numérique (figure 6.10d) sous-estime légèrement celle obtenue expérimentalement au début de l'essai (entre 0 et 4 s). Cette différence est probablement due au transitoire thermique important sur cette période, transitoire non pris en compte par la modélisation stationnaire développée précédemment. Lorsque la température tend vers sa valeur stationnaire (au bout de 4 s, la température a atteint 95 % de sa

valeur maximale), le gradient thermique devient faible et, par conséquent, la vitesse de régression calculée par le code HYDRES devient en accord avec la mesure expérimentale. La tendance décroissante de cette dernière est en outre retrouvée par la simulation numérique.

Les mesures réalisées sur le banc HYCARRE ne permettent pas une validation plus approfondie des résultats donnés par le code HYDRES. Pour compléter, sur des cas réels, la vérification de cet outil numérique entamée au chapitre précédent, il est intéressant de tracer l'évolution longitudinale de grandeurs thermodynamiques à différents instants de calcul. La figure 6.11a représente ainsi les positions de l'interface liquide-gaz et l'évolution de l'épaisseur de couche limite à 2, 6 et 10 s, instants correspondant au début, au milieu et à la fin de l'essai. L'augmentation de la section transversale de la veine d'essais durant l'essai implique, d'une part, une diminution de la vitesse de l'écoulement à l'extérieur de la couche limite (figure 6.11c) et, d'autre part, un amoindrissement du confinement de la couche limite permettant son expansion (figure 6.11b).

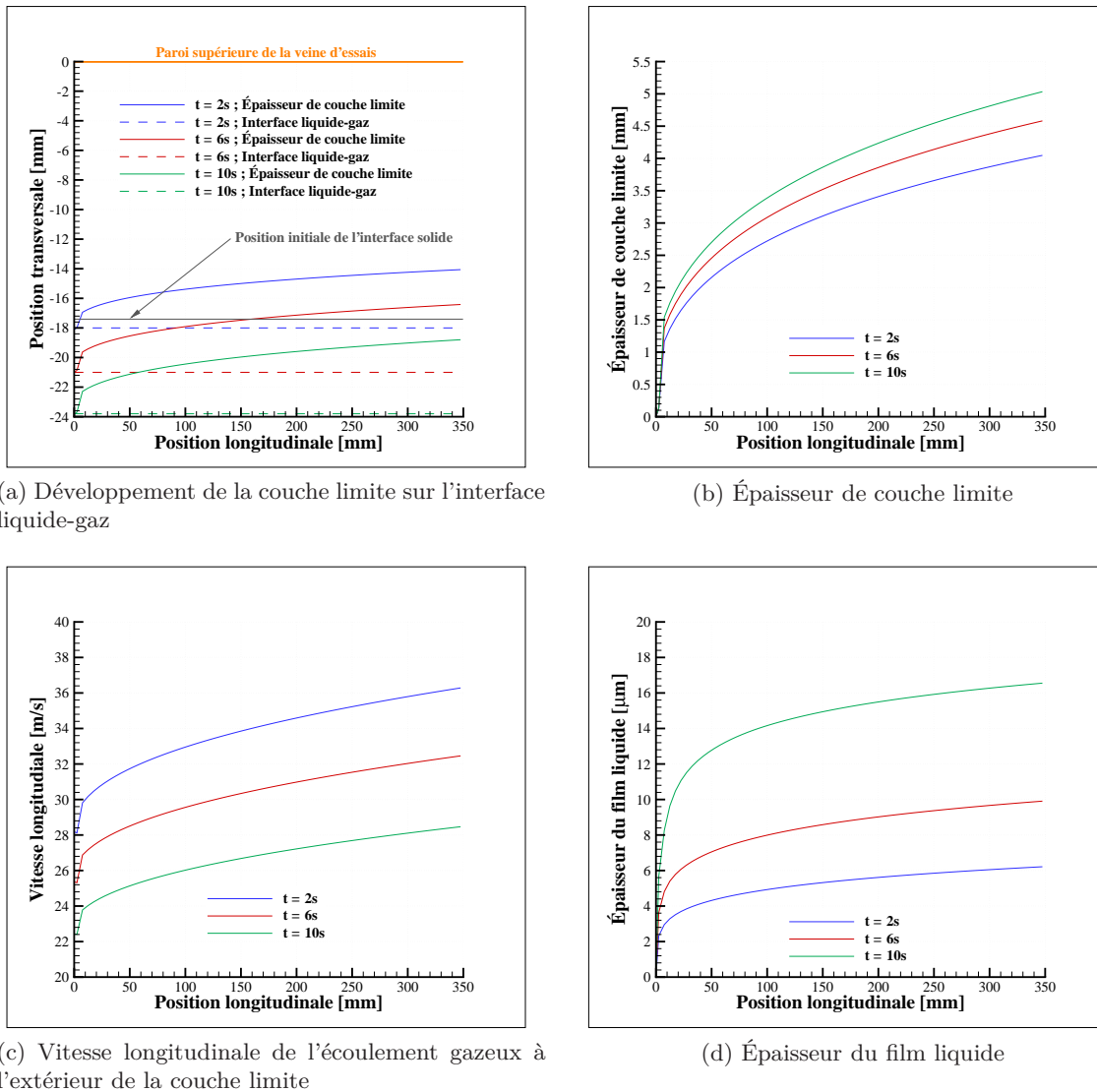


FIGURE 6.11 – Évolutions longitudinales de grandeurs thermodynamiques obtenues lors de la simulation numérique de l'essai Hycarre_01 à différents instants de calcul

La figure 6.11d représente l'évolution longitudinale du film liquide aux trois instants définis précédemment. En raison de l'augmentation de la température conduisant à une hausse du flux de

chaleur transmis à phase solide et, par conséquent, à un accroissement du transfert de masse entre les phases solide et liquide et de la diminution de la vitesse de l'écoulement gazeux impliquant une baisse du débit atomisé, l'épaisseur du film liquide augmente durant l'essai. Compte tenu des valeurs prises par l'épaisseur du film liquide, l'hypothèse selon laquelle cette épaisseur est négligeable devant les longueurs macroscopiques de l'écoulement (hypothèse 15) est donc validée.

6.3.3 Essai Hycarre_02 : influence de la température

Pour l'essai Hycarre_02, les figures 6.13a à 6.13c montrent les évolutions des grandeurs thermodynamiques dans la veine d'essais. Comme pour l'essai précédent, le transitoire thermique est toujours important et la valeur maximale de la température ne correspond pas à la valeur théorique attendue. Les figures 6.12a et 6.12b présentent respectivement l'évolution de l'épaisseur brûlée et de la vitesse de régression obtenues par la méthode ultrasonore. La vitesse de régression est plus faible que celle obtenue lors de l'essai précédent (environ $0.3 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$), ce qui était prévisible et attendu. En effet, la température dans la veine d'essais étant plus faible, les transferts d'énergie entre les phases gazeuse, liquide et solide sont également moindres. Il s'en suit une baisse des transferts de masse entre ces trois phases, ce qui implique une diminution de la vitesse de régression.

Pour simuler cet essai avec le code HYDRES, une méthode analogue à celle utilisée pour le traitement de l'essai Hycarre_01 a été appliquée. La loi d'atomisation utilisée lors de la simulation de l'essai précédent a toutefois été conservée puisque le couple de fluide utilisé (azote et paraffine liquide) reste identique. Pour les mêmes raisons que celles précédemment énoncées, la pression et la température dans la veine d'essais concordent avec les valeurs expérimentales. Concernant l'épaisseur brûlée (figure 6.12a), son évolution moyenne obtenue par l'intermédiaire du code de calcul est quasiment linéaire, ce qui est conforme à l'expérience. Cependant, la pente est légèrement différente, ce qui implique une différence entre les vitesses de régression numérique et expérimentale (figure 6.12b). Cet écart provient certainement de la loi d'atomisation utilisée, recalée sur l'essai précédent et qui n'est pas obligatoirement adaptée pour cet essai. Toutefois, l'écart de vitesse de régression entre l'expérience et la simulation numérique reste acceptable (environ 15 %) compte tenu des hypothèses retenues. L'évolution générale de la vitesse de régression au cours de l'essai est toutefois retrouvée par le code de calcul.

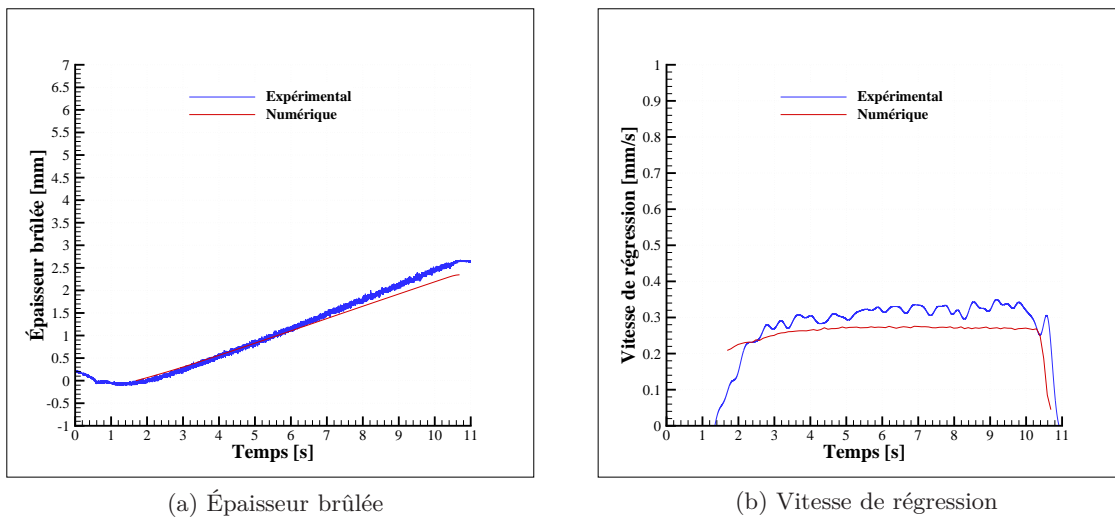


FIGURE 6.12 – Évolution des grandeurs liées aux mesures ultrasonores de l'essai Hycarre_02

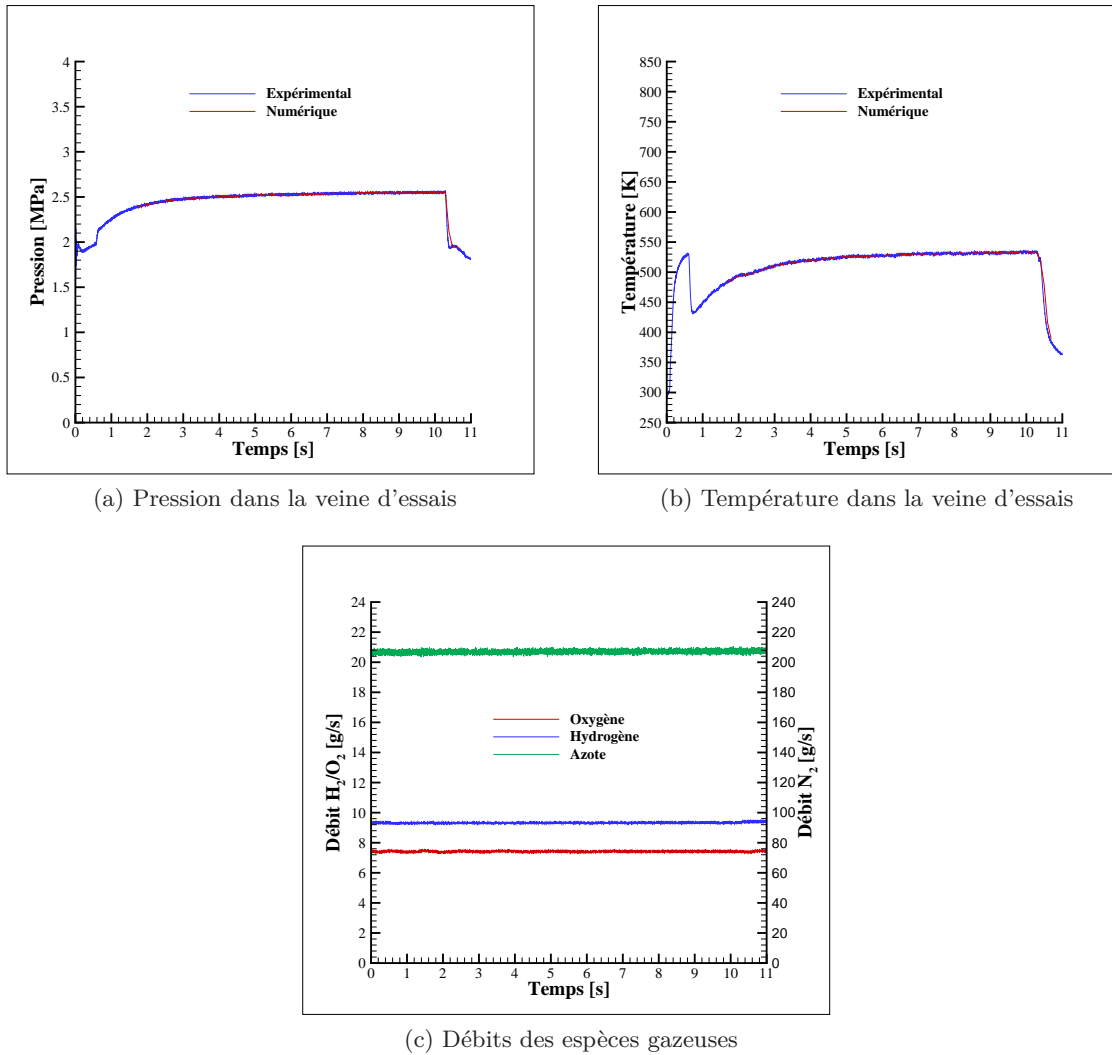


FIGURE 6.13 – Conditions de fonctionnement de l'essai Hycarre_02

6.3.4 Essai Hycarre_03 : influence du flux de masse

Les figures 6.14 et 6.15 représentent les résultats obtenus lors de l'essai Hycarre_03. Le flux de masse initial étant 3.75 fois plus faible que celui de l'essai de référence (Hycarre_01) et comme la section du col est conservée, la pression subit également une diminution du même ordre de grandeur (figure 6.14a). Comme le montre la figure 6.14b, la température ne tend pas vers un régime stationnaire mais est en constante augmentation. Les débits des espèces gazeuses étant relativement faibles (figure 6.14c), l'énergie advectée par l'écoulement est moins importante que celle transportée lors de l'essai de référence. La durée du transitoire thermique est donc accrue si bien qu'à la fin de l'essai, la température n'est toujours pas stabilisée et sa valeur maximale n'est pas atteinte. La vitesse de régression (figure 6.15b) augmente légèrement au cours du temps traduisant ainsi la croissance de la température dans la veine d'essais. Comme le montre cette figure, la valeur de la vitesse de régression est plus faible que celle de l'essai de référence. Cette baisse est due aux conditions de pression, de température et de vitesse de l'écoulement gazeux induisant d'une part, une atomisation moins efficace et, d'autre part, une diminution des transferts thermiques entre le solide, le liquide et le gaz qui impliquent une baisse des transferts de masse entre ces phases.

En ce qui concerne la comparaison avec les résultats numériques, les évolutions moyennes de la pression et de la température dans la veine d'essais obtenues grâce au code de calcul concordent avec les valeurs expérimentales. Toutefois, cette constatation n'est pas applicable sur l'épaisseur brûlée. La vitesse de régression moyenne obtenue grâce au code HYDRES n'est, par conséquent, pas conforme à l'expérience. Cet écart est probablement dû au transitoire thermique plus important que pour les essais précédents, transitoire qui n'est pas pris en compte dans le modèle stationnaire développé. Le code numérique n'est également peut-être pas adapté à de faibles valeurs de flux de masse de l'écoulement gazeux pour lesquels les termes négligés dans l'établissement du modèle peuvent être importants.

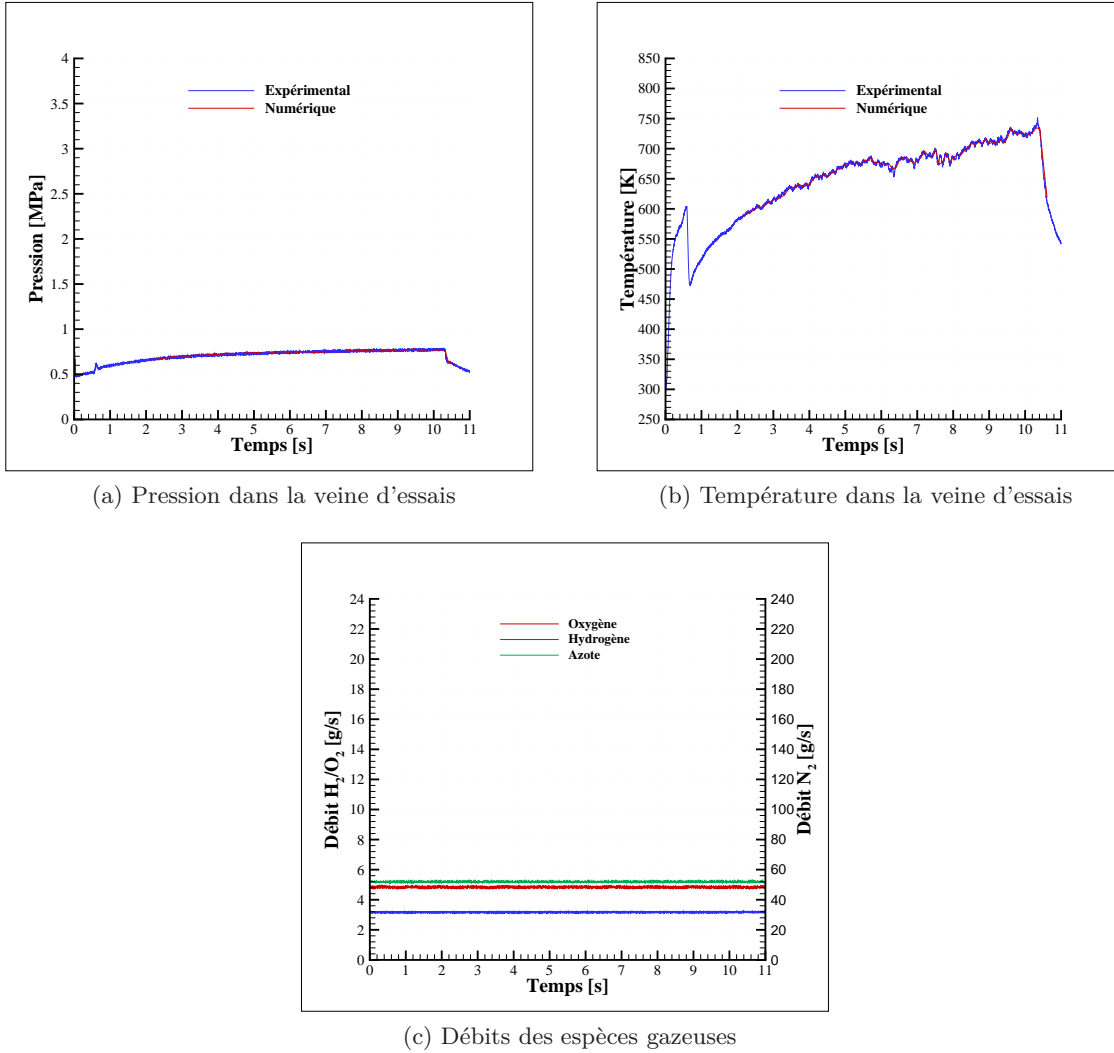


FIGURE 6.14 – Conditions de fonctionnement de l'essai Hycarre_03

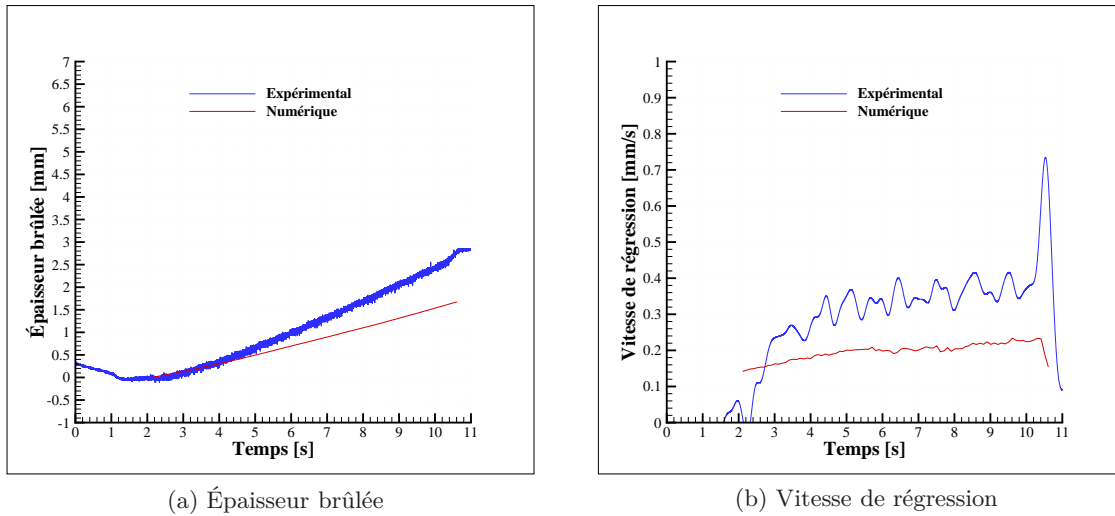


FIGURE 6.15 – Évolution des grandeurs liées aux mesures ultrasonores de l'essai Hycarre_03

6.3.5 Conclusion

Les essais réalisés sur le banc HYCARRE ont permis de valider l'architecture complète du code HYDRES. Bien que les résultats numériques ne soient pas toujours en adéquation avec les résultats expérimentaux, les tendances et les ordres de grandeurs sont généralement retrouvés. Il apparaît également une forte dépendance des résultats numériques vis-à-vis de la loi d'atomisation. Cette dernière, recalée par rapport à l'essai dont les conditions de fonctionnement se rapprochent le plus des celles rencontrées dans un moteur hybride, n'est certainement pas la plus optimisée pour représenter les trois essais réalisés sur le banc HYCARRE. Une étude dédiée serait nécessaire pour obtenir une loi d'atomisation adaptée aux conditions de fonctionnement de ce moyen expérimental. Toutefois, dans la mesure où les niveaux de température et de flux de masse sont relativement éloignés de ceux rencontrés dans un moteur hybride, la nécessité de ce travail peut être remise en question. Les comparaisons, présentées au chapitre suivant, entre les mesures expérimentales effectuées sur moteur hybride et les simulations numériques réalisées avec la loi d'atomisation précédente permettront de répondre à cette question.

Chapitre 7

Campagne d'essais réalisée sur le banc Hycom

Sommaire

7.1	Présentation du banc Hycom	112
7.1.1	Architecture du banc d'essais	112
7.1.2	Caractéristiques du propulseur	113
7.1.3	Instrumentation	115
7.2	Essai de référence	116
7.2.1	Objectif et définition de l'essai	116
7.2.2	Analyse des résultats expérimentaux	117
7.2.3	Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques	123
7.3	Apport de la combustion sur la loi de vitesse	127
7.3.1	Analyse des résultats expérimentaux	127
7.3.2	Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques	131
7.4	Influence du diamètre initial de la chambre de combustion	133
7.4.1	Objectif et définition de l'essai	133
7.4.2	Analyse des résultats expérimentaux	133
7.4.3	Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques	136
7.5	Conclusion	137

Pour valider la modélisation développée au chapitre 4 dans des conditions géométriques et thermodynamiques se rapprochant de celles rencontrées dans un moteur hybride, une campagne expérimentale, comportant trois essais, a été réalisée sur ce type de propulseur. Ne disposant pas de moteur dont l'instrumentation est adaptée à cette étude, l'ONERA a construit un nouveau banc d'essais dédié spécialement à cette application, appelé HYCOM.

Ce chapitre s'articule autour de deux axes. Il commence, tout d'abord, par une présentation du banc d'essais HYCOM dans laquelle figurent quelques éléments justificatifs de son dimensionnement. Le deuxième thème abordé est la description et l'analyse des essais réalisés. L'analyse porte à la fois sur les résultats expérimentaux et sur leur comparaison avec les simulations numériques effectuées grâce au code HYDRES.

7.1 Présentation du banc Hycom

7.1.1 Architecture du banc d'essais

Le banc d'essais HYCOM (figure 7.1) a été spécialement conçu et développé pour la validation de la modélisation présentée au chapitre 4 et intégrée, par la suite, dans le code monodimensionnel HYDRES.

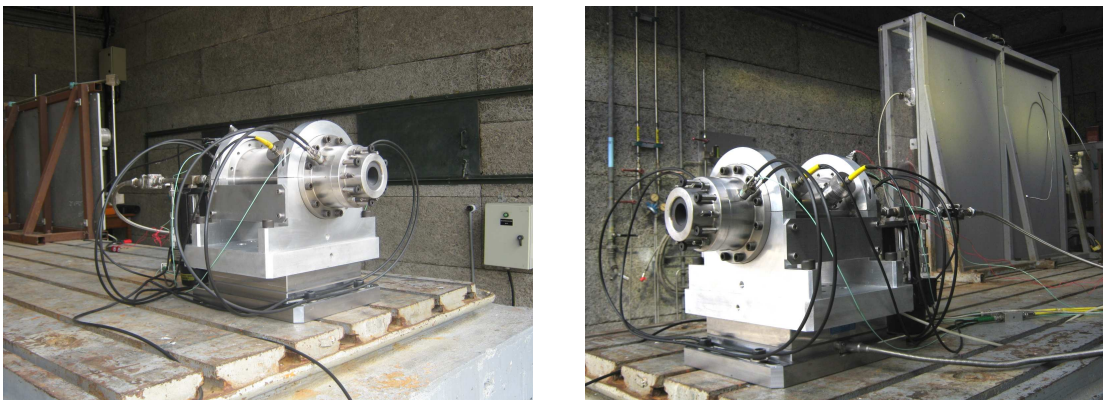


FIGURE 7.1 – Moteur HYCOM en configuration d'essais

Comme le montre la figure 7.2, ce moteur est décomposé en cinq sous-ensembles distincts :

- le fond d'injection, intégrant ainsi l'injecteur choisi,
- la pré-chambre de combustion dans laquelle vient se fixer l'allumeur,
- la chambre de combustion,
- la post-chambre de combustion,
- la tuyère.

Cette configuration modulable rend, à la fois, possible et aisée la modification de la géométrie des différentes chambres (pré-, combustion et post-), de la géométrie de la tuyère (forme de la tuyère, diamètre du col, longueur d'expansion) et du type d'injection (géométrie et nombre d'injecteurs) permettant ainsi une étude paramétrique de chacun de ces éléments (travail non prévu durant ce doctorat).

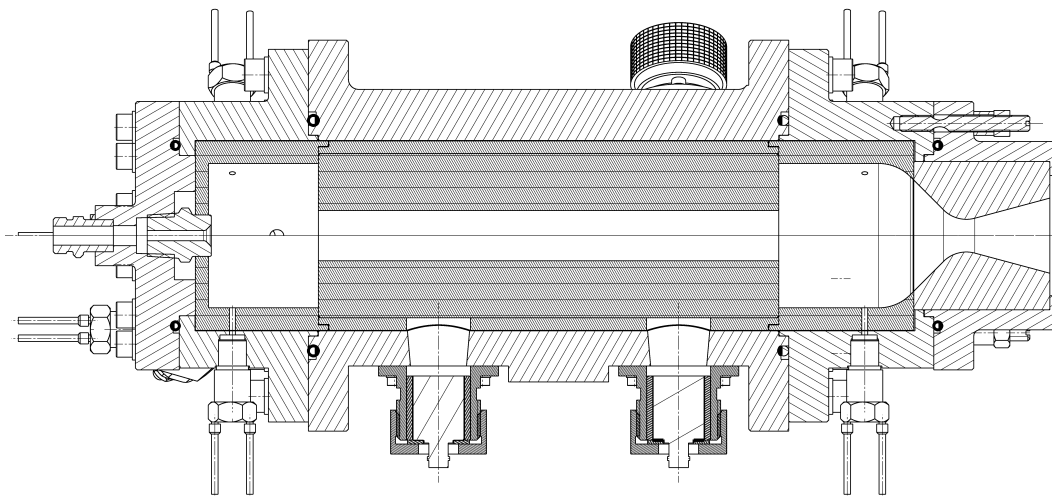


FIGURE 7.2 – Coupe longitudinale du moteur HYCOM

Dans le cadre de cette campagne expérimentale, la seule contrainte imposée, pour des questions de sécurité, est l'utilisation du protoxyde d'azote comme oxydant. Lors de son utilisation en propulsion hybride, cet oxydant est généralement auto-pressurisé. Dans ces conditions, le débit d'oxydant varie continuellement durant l'essai à cause de la chute de pression dans le réservoir, conduisant à une analyse des données expérimentales plus difficile. De plus, la reproductibilité des essais n'est pas assurée dans la mesure où la pression initiale dans le réservoir dépend des conditions atmosphériques. Pour s'affranchir de ces problèmes, un panneau de pressurisation déporté (figure 7.3), permettant de maintenir une pression constante dans le réservoir, est utilisé. Cette pression constante et contrôlée doit garantir un débit d'oxydant constant durant toute la durée du tir, pour assurer à la fois une reproductibilité des essais et une exploitation des résultats expérimentaux plus facile. Celle-ci doit alors être supérieure à la pression d'auto-pressurisation du N_2O .

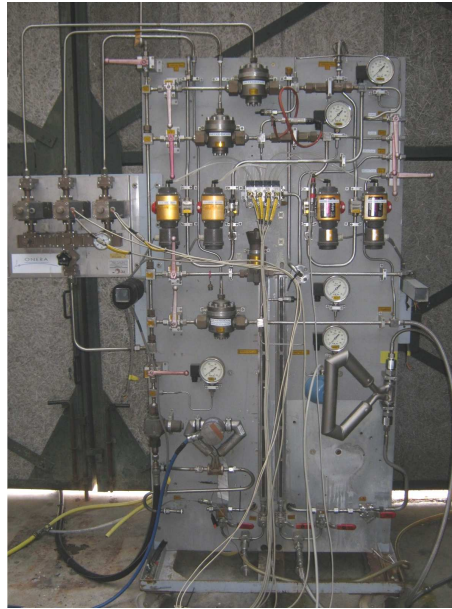


FIGURE 7.3 – Panneau de pressurisation utilisé sur le banc d'essais HYCOM

Compte tenu de l'évolution de la courbe d'équilibre liquide-vapeur du protoxyde d'azote (figure 7.4), des limites mécaniques du panneau de pressurisation et des pertes de charge dans les canalisations, la pression de pressurisation du réservoir est fixée à 7 MPa. En considérant une perte de charge de 0.5 MPa, il est alors possible de réaliser des essais jusqu'à une température ambiante de 27°C.

7.1.2 Caractéristiques du propulseur

Le dimensionnement du moteur HYCOM est délicat puisque sa définition et sa conception ont dû être réalisées avant l'obtention de l'ensemble des données nécessaires à cet effet. Au moment de sa conception, la loi de vitesse du couple N_2O /paraffine (équation (1.2)) et les données thermophysiques de la paraffine utilisée dans la cadre de cette thèse n'étaient pas encore connues. Par conséquent, il était impossible de déterminer rigoureusement l'évolution du débit de combustible et des caractéristiques thermodynamiques de l'écoulement (pression, température, débit, rapport des capacités calorifiques et vitesse caractéristique) durant l'essai. Les dimensions géométriques du bloc de combustible et de la tuyère ont donc été fixées en se basant sur les conclusions (en terme de longueur, diamètre, débit, ...) des études sur la propulsion hybride réalisées dans le passé par l'ONERA. Toutefois, les conséquences de ce dimensionnement partiel

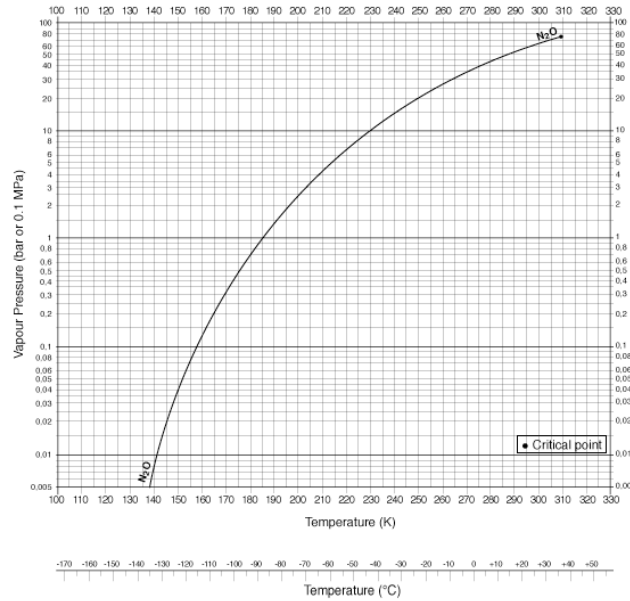


FIGURE 7.4 – Pression de vapeur saturante du protoxyde d'azote

sont à minimiser dans la mesure où l'objectif de ce banc d'essais n'est pas de délivrer des performances maximales pour un couple oxydant/combustible, mais de permettre la validation du modèle développé précédemment sous différentes conditions de fonctionnement.

Le diamètre externe (82 mm) et la longueur (230 mm) du bloc de paraffine ont été choisis pour coïncider avec les valeurs des blocs de combustible utilisés sur les autres montages de l'ONERA et ainsi, tirer profit des outillages existants.

Le flux de masse d'oxydant initial, paramètre de première importance dans le dimensionnement d'un moteur hybride, varie en fonction du diamètre initial de la chambre de combustion et du débit d'oxydant. Pour observer expérimentalement l'influence de ce dernier paramètre sur la vitesse de régression, le débit d'oxydant est donc supposé couvrir une gamme allant de 200 à $600 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$. Avec la valeur basse du débit d'oxydant ($200 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$) et un diamètre initial de la chambre de combustion de 20 mm, la plage de flux massique parcourue peut alors, suivant la durée de l'essai, être comprise entre 650 et environ $75 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$, plage de fonctionnement intéressante pour les applications en propulsion hybride. De plus, ces conditions permettent de couvrir la plage de fonctionnement du banc d'essais HYCARRE et de comparer directement l'effet de la combustion sur la vitesse de régression.

En ce qui concerne le col de la tuyère, son diamètre doit être inférieur au diamètre initial du canal (20 mm) pour éviter d'être sonique dans le canal de combustible. Dans la pratique, celui-ci est déterminé par la règle du 2^{ème} serrage qui stipule que le rapport entre les sections du canal et du col doit être supérieur à 1.5, ce qui correspond à un diamètre de col de 16.3 mm.

La pression dans la chambre de combustion est alors déterminée par la formule suivante :

$$P_{ch} = \frac{\dot{Q} \cdot c^*}{A_{col}} \quad (7.1)$$

En considérant un rapport de mélange moyen de 7 et une vitesse caractéristique de $1650 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, valeurs généralement rencontrées lors des études réalisées dans le passé par l'ONERA, la pression dans la chambre de combustion est comprise entre 1.8 et 5.4 MPa, valeurs correspondant respectivement à des débits de 200 et $600 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$.

Le rapport d'expansion de la tuyère a ensuite été calculé pour que cette dernière soit adaptée au sol en considérant un rapport des capacités calorifiques de 1.22 et une pression chambre

de 3.5 MPa, valeur moyenne des deux pressions précédentes. Sous ces conditions, le rapport d'expansion vaut 5.3 et permet d'éviter de trop fortes sous-détente ou sur-détente de l'écoulement gazeux en fonction des conditions de fonctionnement.

Les dimensions caractéristiques ainsi que les conditions de fonctionnement du moteur HYCOM sont récapitulées dans le tableau 7.1

TABLEAU 7.1 – Tableau récapitulatif des dimensions caractéristiques du moteur HYCOM

Bloc de combustible	Longueur	230 mm
	Diamètre extérieur	82 mm
	Diamètre intérieur	≥ 20 mm
Tuyère	Diamètre du col	16.3 mm
	Rapport d'expansion	5.3
Condition de fonctionnement	Pression chambre	≤ 7.5 MPa
	Débit d'oxydant	entre 200 et 600 g · s ⁻¹

Note 3. Dans ces travaux sur la propulsion hybride, l'ONERA a mis au point une technique de fabrication de blocs de paraffine. À cause des propriétés thermophysiques de la paraffine utilisée dans le cadre de cette thèse relativement éloignées de celle de la paraffine généralement utilisée par l'ONERA, les blocs réalisés pour le moteur HYCOM par cette méthode présentaient des défauts (fissures, bulles d'air, ...) qui les rendaient non viables pour un essai. Par conséquent, une nouvelle méthode de fabrication, basée sur une compression isobare à chaud des granulés de paraffine a été développée pendant ce doctorat pour résoudre ce problème.

7.1.3 Instrumentation

Pour permettre une analyse des données expérimentales et une comparaison avec les résultats numériques plus aisées, ce banc d'essais est instrumenté pour fournir un éventail complet de mesures (figure 7.5) donnant ainsi les évolutions temporelles de :

- la pression du réservoir,
- la pression d'injection,
- la pression dans la chambre de combustion, obtenue grâce aux deux mesures dans la pré-chambre et aux deux dans la post-chambre,
- la débit d'oxydant,
- la poussée,
- l'épaisseur brûlée du bloc de combustible, obtenue par l'intermédiaire d'une mesure ultrasonore réalisée à l'avant du bloc solide et de deux mesures à l'arrière.

Pour que les mesures de pression dans les pré- et post-chambres et les épaisseurs brûlées soient cohérentes, les capteurs de pression et ultrasonores sont situés sur deux génératrices espacées d'un angle de 120° (figure 7.6). Grâce à cette configuration, des éventuelles dissymétries de l'écoulement gazeux pourront être observées.

L'ensemble des mesures proposé permet donc d'obtenir, directement ou par combinaison, les conditions de fonctionnement dans la chambre de combustion (débit, pression, flux de masse), la vitesse de régression du combustible solide mais aussi des performances propulsives (poussée et impulsion spécifique).

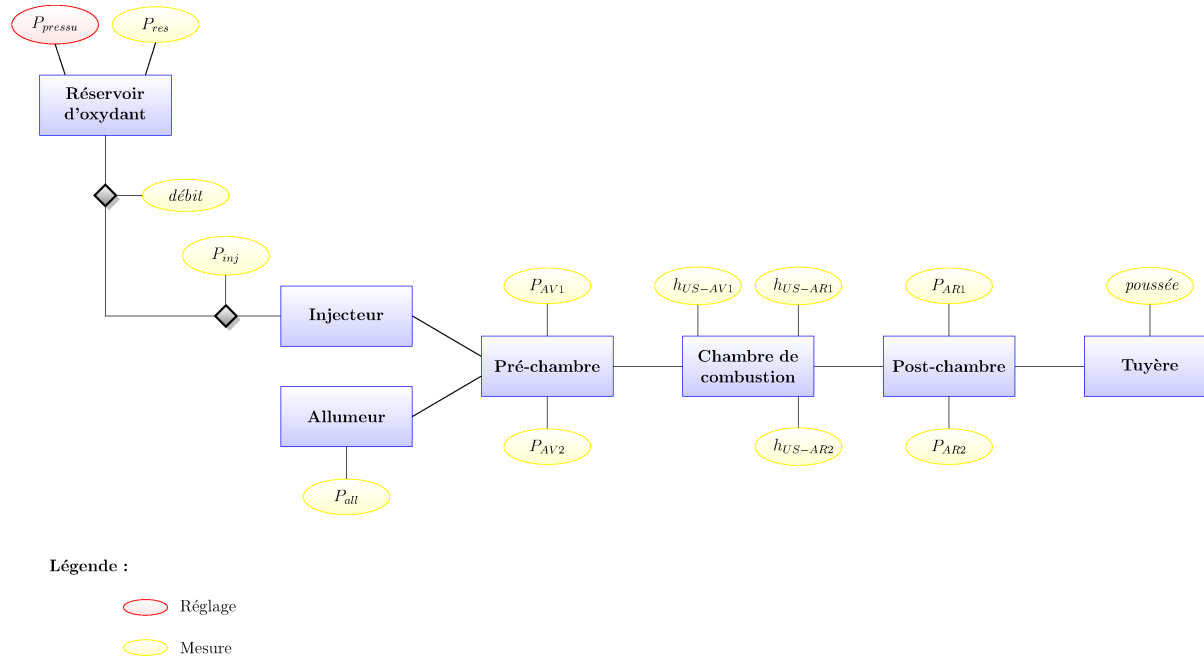


FIGURE 7.5 – Schéma synoptique du banc d'essais HYCOM

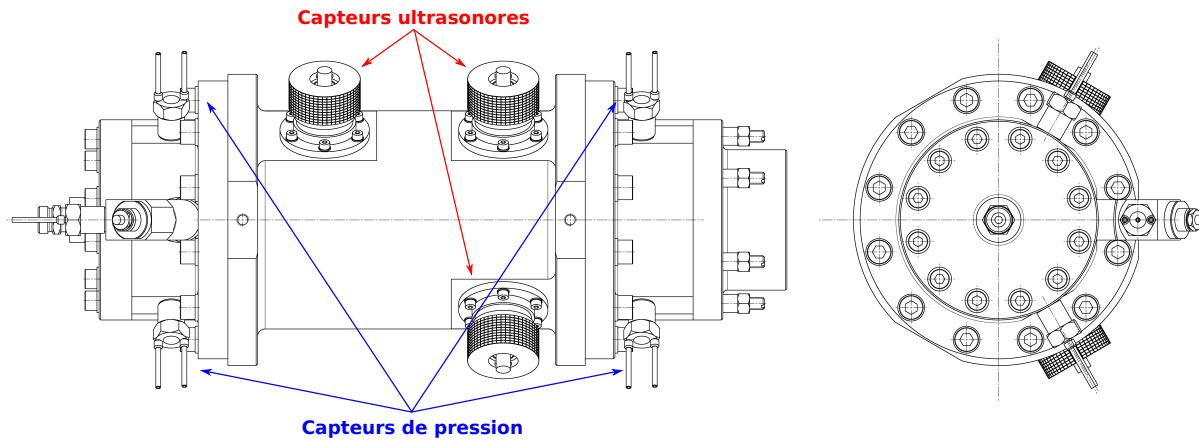


FIGURE 7.6 – Implantation des capteurs sur le moteur HYCOM

7.2 Essai de référence

7.2.1 Objectif et définition de l'essai

L'objectif du premier essai, nommé Hycom_01, est d'obtenir une loi de vitesse utilisable pour déterminer les conditions opératoires des essais suivants. Ne connaissant pas l'évolution temporelle de la vitesse de régression du couple N_2O /paraffine, les conditions de fonctionnement de cet essai, définies dans le tableau 7.2, ont été fixées pour garantir à la fois la sécurité du montage en terme de pression et de dimensions géométriques (diamètres initial et final du bloc de combustible) et le parcours d'une plage de flux massique d'oxydant intéressante (de 1000 à environ $300 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$).

TABLEAU 7.2 – Conditions opératoires de l’essai Hycom_01

Débit d’oxydant	$600 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$
Diamètre initial du canal	27 mm
Durée de l’essai	5 s

7.2.2 Analyse des résultats expérimentaux

7.2.2.1 Évolutions des grandeurs expérimentales

Le figure 7.7a représente les évolutions des pressions dans les différents sous-systèmes du banc HYCOM, c’est-à-dire dans le réservoir d’oxydant, au niveau du système d’injection et dans la chambre de combustion. La perte de pression entre le réservoir et le système d’injection du moteur (inférieure à 0.5 MPa) permet de se placer dans des conditions d’essais pour lesquelles le protoxyde d’azote reste sous état liquide jusqu’à son injection dans la chambre de combustion. La différence de pression entre l’injection et la chambre de combustion permet d’obtenir une atomisation correcte de l’oxydant en fines gouttes au niveau de l’injecteur et d’éviter l’apparition d’un couplage entre la ligne d’injection et la chambre de combustion qui empêcherait d’avoir des conditions de fonctionnement constantes.

La figure 7.7b présente l’évolution temporelle des quatre mesures de pression dans la chambre de combustion. Ce résultat est en accord avec la prévision réalisée précédemment avec un débit de $600 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$ puisque la pression dans le propulseur est légèrement inférieure à 5 MPa. Comme le montre en outre cette figure, les évolutions des pressions mesurées dans les pré- et post-chambres de combustion sont semblables. Il est également à noter que ces pressions sont soumises à de forts niveaux d’instabilités, point faisant l’objet d’une partie séparée présentée dans la suite de ce mémoire.

L’évolution du débit d’oxydant durant l’essai est conditionnée par la différence de pression de part et d’autre de l’injecteur. Bien que la pression d’injection soit constante, la pression dans la chambre de combustion diminue légèrement au cours du temps, induisant une augmentation du débit durant l’essai (figure 7.7c). Cette augmentation est suffisante pour compenser la diminution du débit de combustible (figure 7.7d) si bien que le débit total éjecté par la tuyère est constant durant l’essai (figure 7.7e). La baisse de pression dans la chambre de combustion entraîne alors une diminution de la vitesse caractéristique de l’écoulement (figure 7.10d). La valeur du débit d’oxydant est toutefois en adéquation avec celle définie dans les conditions opératoires théoriques (tableau 7.2). Cependant, une baisse importante a été enregistrée quelques instants avant l’ordre de coupure de l’injection d’oxydant. La quantité d’oxydant initiale dans le réservoir a été déterminée en considérant un débit de $600 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$ constant durant l’essai. Bien qu’une marge de sécurité de 25 % ait été prise en compte, elle a été insuffisante pour compenser l’augmentation du débit de protoxyde d’azote durant l’essai et pour permettre la réalisation d’un essai de 5 s dans ces conditions de fonctionnement.

Enfin, les épaisseurs brûlées, obtenues par mesures ultrasonores, sont présentées à la figure 7.7f. Ce type de mesure étant très sensible au positionnement du capteur et à l’état de surface du combustible, seules les données fournies par les capteurs US-AV1 et US-AR1 ont pu être analysées. Le traitement de ces données expérimentales, analogue à celui développé dans le chapitre précédent, donne des évolutions différentes des épaisseurs brûlées à l’avant et à l’arrière du bloc de paraffine. La chambre de combustion ne demeure pas cylindrique au cours du temps mais devient faiblement conique. Le demi-angle du cône étant inférieur à 1.5° à la fin de l’essai, l’hypothèse de régression en face parallèle réalisée pour développer le modèle monodimensionnel est acceptable. Cette conicité est également observée sur le bloc de combustible restant après l’essai. De plus, l’analyse dimensionnelle du bloc de paraffine est en accord avec les valeurs

finales des épaisseurs brûlées obtenues à l'aide des capteurs à ultrasons (tableau 7.3), les écarts observés étant principalement dus aux difficultés rencontrées pour réaliser des mesures précises du diamètre de la chambre de combustion aux différents emplacements des capteurs.

TABLEAU 7.3 – Comparaison des épaisseurs brûlées de l'essai Hycom_01 obtenues par méthode ultrasonore et par mesure du bloc après essai

	Méthode ultrasonore	Mesure directe
US-AV1	19.20 mm	18.95 mm
US-AR1	16.95 mm	17.45 mm

Puisque la réaction chimique se produit à un rapport de mélange proche de la stœchiométrie et comme la quantité d'oxydant disponible pour cette réaction diminue le long de la chambre de combustion, la distance entre la surface du combustible et la flamme a tendance à augmenter longitudinalement. Par conséquent, le flux de chaleur reçu par le bloc solide diminue le long de ce dernier impliquant ainsi une décroissance des transferts de masse (la combustion hybride est le résultat d'un équilibre entre les transferts de masse et d'énergie) et donc, de la vitesse de régression, expliquant ainsi la différence d'épaisseur brûlée entre l'avant et l'arrière du bloc de paraffine.

7.2.2.2 Post-traitement des données ultrasonores

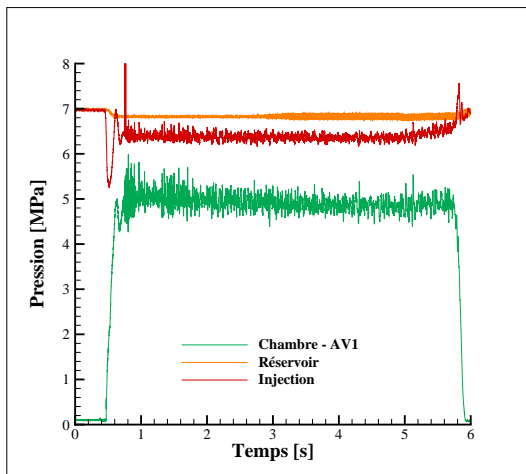
Les vitesses de régression sont ensuite déduites par dérivation des épaisseurs brûlées (figure 7.8a). Les vitesses de régression sont importantes au début de l'essai (comprises entre 8 et 9 mm · s⁻¹) et décroissent avec le temps pour finir à une valeur proche de 2 mm · s⁻¹. Il est à noter que les vitesses semblent tendre vers une asymptote. En théorie, la diminution du flux massique d'oxydant au cours de l'essai devrait entraîner une décroissance de la vitesse de régression. L'évolution de cette vitesse semble toutefois mettre en avant l'existence d'une valeur critique de la vitesse de régression qui, pour le couple oxydant/combustible utilisé, se situe entre 1.8 et 2 mm · s⁻¹. Bien qu'associée à une valeur limite de vitesse plus faible, l'existence de cette valeur critique a également été prédite par Muzzy sur des combustibles classiques [50]. D'après cet auteur, celle-ci est due aux transferts radiatifs dont l'effet sur la vitesse de régression est prépondérant lorsque de faibles valeurs de flux massique d'oxydant sont rencontrées.

À partir des évolutions temporelles du débit d'oxydant et de l'épaisseur brûlée moyenne, il est possible de déterminer le flux massique d'oxydant instantané (figure 7.8b) qui est, pour l'essai Hycom_01, compris entre 600 et 210 kg · m⁻² · s⁻¹ (valeurs obtenues lorsque le débit est quasi-stabilisé). L'écart entre cette valeur initiale et celle annoncée précédemment (1050 kg · m⁻² · s⁻¹) est dû au transitoire observé sur le débit d'oxydant au début de l'essai. Toutefois, la gamme de flux massique obtenue reste intéressante de part son étendue, la majorité des installations expérimentales de la littérature (chapitre 2) n'autorisant pas l'obtention de flux de masse supérieure à 250 kg · m⁻² · s⁻¹.

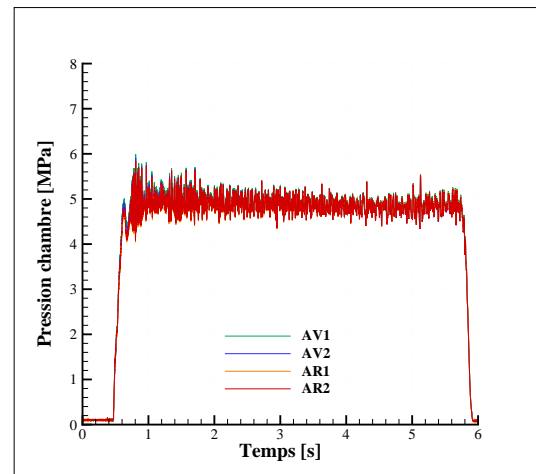
Connaissant les évolutions temporelles de la vitesse de régression et du flux massique d'oxydant, il est alors possible de tracer la loi de régression du couple N₂O/paraffine pour les conditions de fonctionnement utilisées lors de cet essai. La figure 7.9 présente donc cette évolution sur laquelle est également représentée l'interpolation de la loi de vitesse moyennée longitudinalement suivant la relation générale de la propulsion hybride. Pour cet essai, la vitesse de régression suit l'équation suivante (en unités internationales) :

$$v_{reg} = 1.28 \cdot 10^{-5} (\rho u)_{ox}^{0.94} \quad (7.2)$$

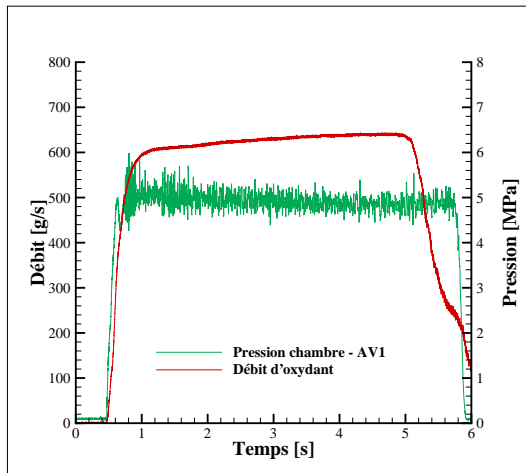
Cette loi a été interpolée sur la partie "linéaire" (entre 600 et 210 kg · m⁻² · s⁻¹) et ne prend, par conséquent, pas en compte la partie sur laquelle la vitesse de régression est constante.



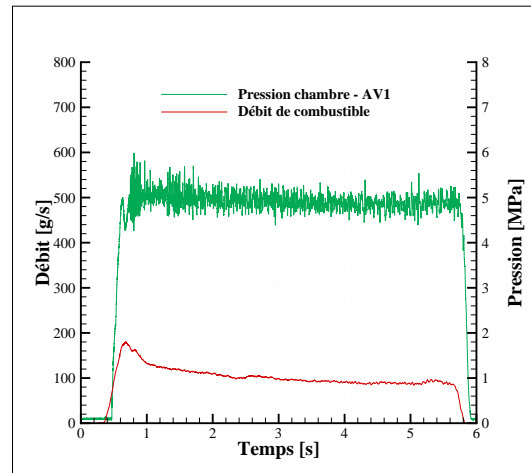
(a) Pressions mesurées dans les sous-systèmes du banc HYCOM



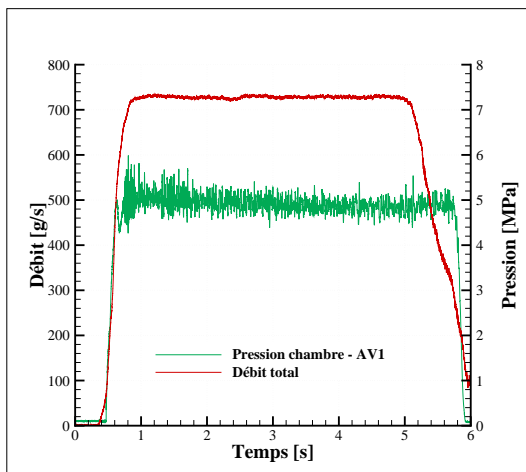
(b) Pressions dans la chambre de combustion



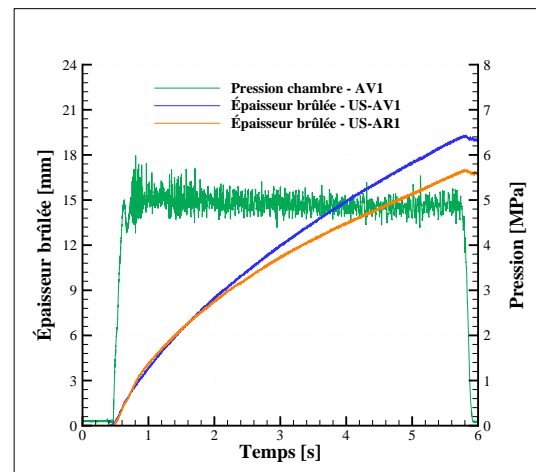
(c) Débit d'oxydant



(d) Débit de combustible



(e) Débit total



(f) Épaisseurs brûlées

FIGURE 7.7 – Évolution des grandeurs expérimentales de l'essai Hycom_01

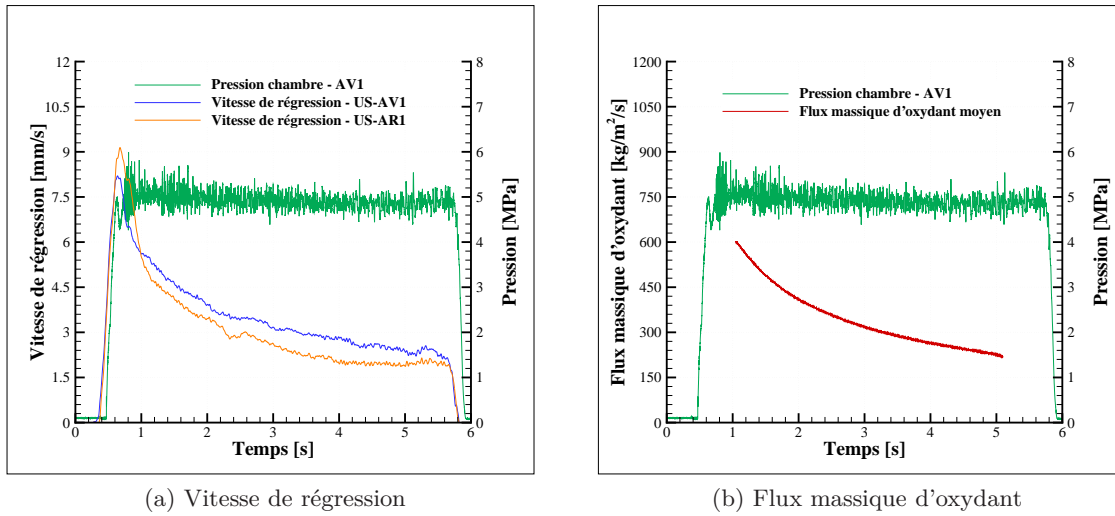


FIGURE 7.8 – Post-traitement des mesures ultrasonores de l'essai Hycom_01

Une telle loi, presque linéaire, peut paraître curieuse vis-à-vis de celles généralement rencontrées lors de l'utilisation de combustibles liquéfiables. Par exemple, Karabeyoglu et *al.* ont obtenu un exposant de vitesse de 0.62 [28] pour des essais réalisés avec le couple GOx/paraffine. Toutefois, chaque couple oxydant/combustible possède sa propre loi de vitesse. Par conséquent, il n'y a aucune raison pour que deux paraffines différentes donnent une loi de vitesse identique.

La loi de vitesse peut également dépendre du traitement effectué pour la construire. Dans la majorité des cas, l'analyse d'un essai fournit la vitesse de régression moyenne obtenue pour le flux massique d'oxydant moyen. Ainsi, plusieurs essais sont nécessaires afin de construire et d'interpoler la loi de vitesse. L'utilisation d'un débitmètre et de capteurs à ultrasons, donnant respectivement les valeurs instantanées du débit d'oxydant et de la vitesse de régression du combustible solide, permet d'obtenir, en une seule fois, la loi de vitesse "exacte" adaptée aux conditions de fonctionnement de l'essai analysé. La méthodologie de traitement étant différente, il ne serait pas surprenant d'obtenir des résultats distincts et ce, pour un même couple oxydant/combustible. À cause de la quasi-linéarité de la loi de vitesse obtenue, la différence entre ces deux méthodes d'analyse est cependant très faible.

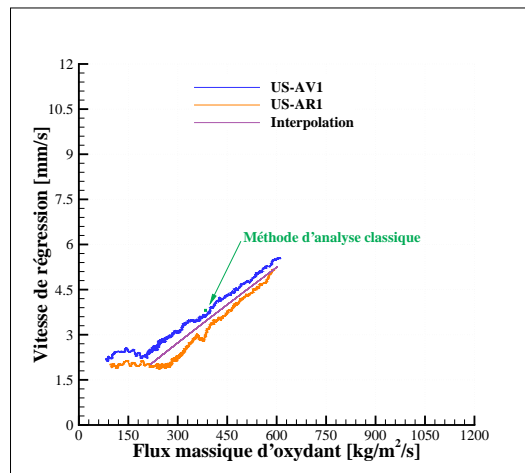


FIGURE 7.9 – Loi de vitesse expérimentale de l'essai Hycom_01

7.2.2.3 Performances propulsives

Bien que ce ne soit pas l'objectif de ce doctorat, il est quant même intéressant de regarder les performances propulsives du propulseur. Le moteur HYCOM étant positionné sur une balance de poussée, celle-ci est donc mesurée directement (figure 7.10a). Il est toutefois difficile de décrire l'évolution de cette grandeur, centrée sur 145 daN, compte tenu du niveau d'instabilité important.

Connaissant la poussée et les débits d'oxydant et de combustible, la relation (5.24) permet, après des opérations de traitement de signal nécessaires à la réduction du niveau d'instabilité, de calculer l'impulsion spécifique. Comme le montre la figure 7.10b, cette grandeur, analysée sur la plage de quasi-stationnarité du débit d'oxydant, évolue faiblement durant l'essai, débutant à 210 s pour atteindre une valeur finale de 205 s.

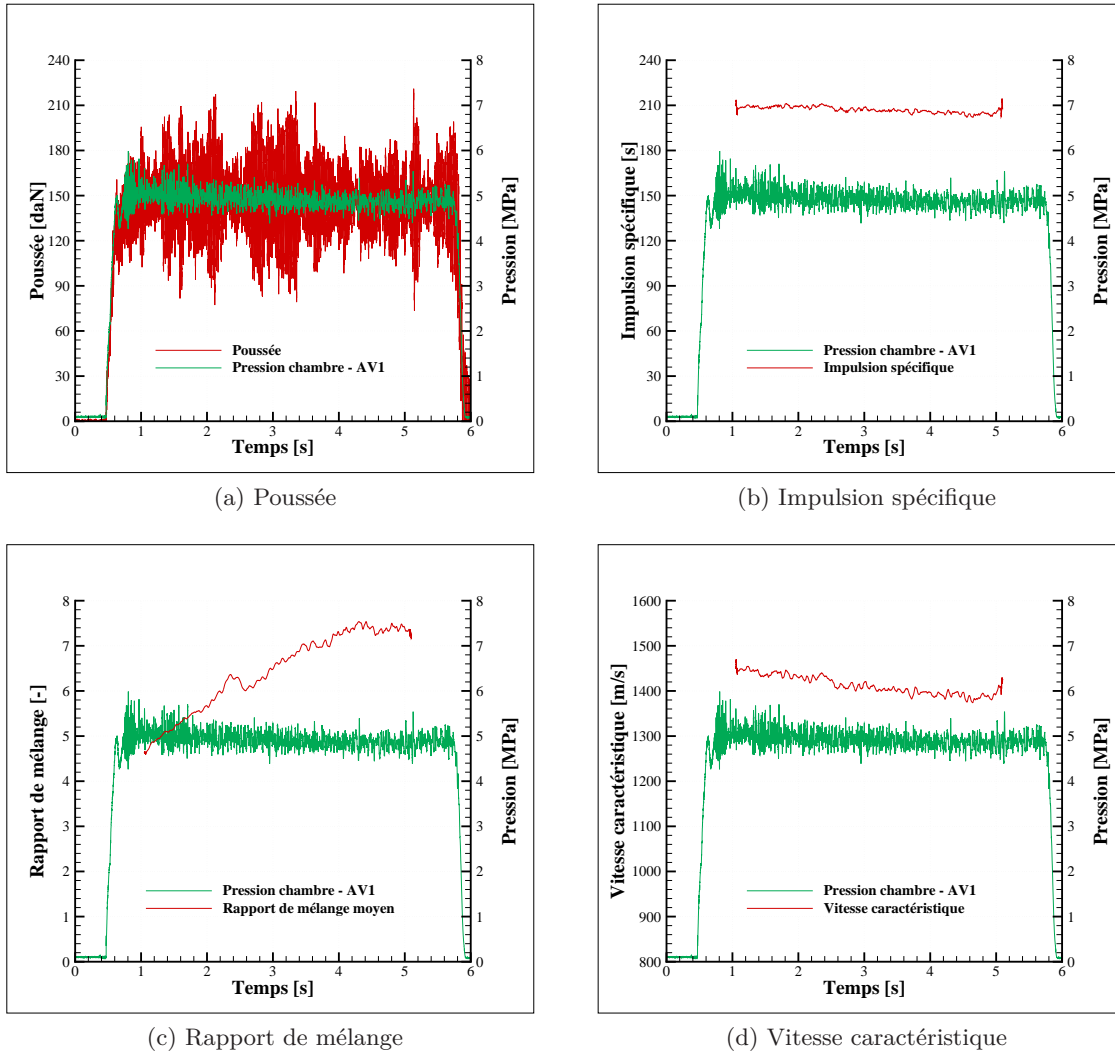
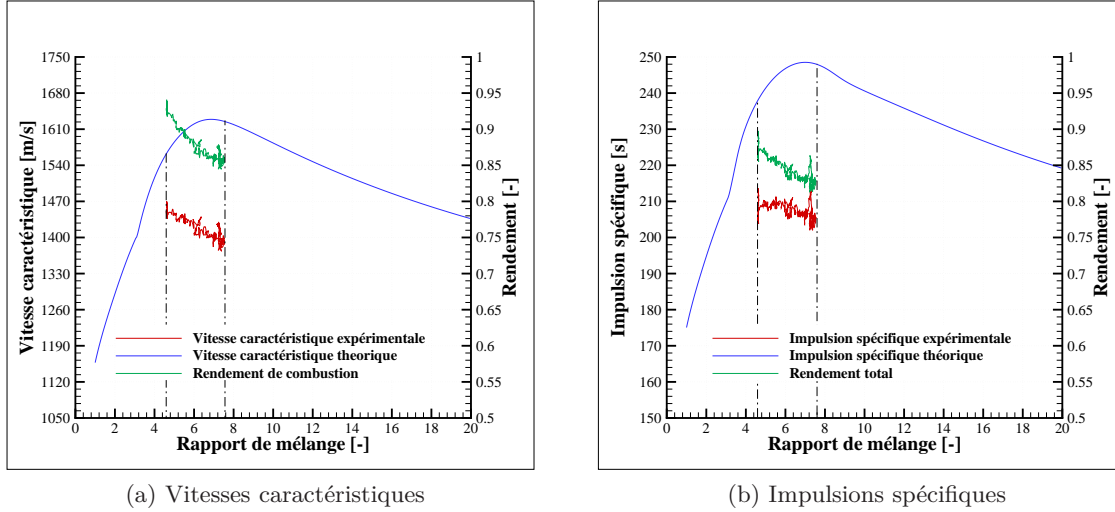


FIGURE 7.10 – Performances propulsives obtenues lors de l'essai Hycom_01

Enfin, pour calculer les rendements de combustion et total de ce tir, deux autres grandeurs sont nécessaires. La première est l'évolution temporelle du rapport de mélange global dans la chambre de combustion (figure 7.10c) tandis que la seconde correspond à celle de la vitesse caractéristique de l'écoulement gazeux (figure 7.10d), obtenue par l'intermédiaire de la relation suivante :

$$c^* = \frac{P_{ch} A_{col}}{\dot{Q}} \quad (7.3)$$

Les rendements de combustion et total, définis à la section 5.2.4, sont alors déterminés en comparant, sur la plage de rapport de mélange correspondant à cet essai, les valeurs expérimentales de la vitesse caractéristique et de l'impulsion spécifique à celles obtenues grâce à un code d'équilibre thermodynamique (figure 7.11). Dans le cas présent, les valeurs moyennes de ces rendements sont respectivement 88.5 % et 84.5 %. Le rendement de détente est alors égal à 95.5 %.



Remarque 7.1. Les courbes théoriques ont été obtenues pour une pression moyenne de 4.9 MPa.

FIGURE 7.11 – Comparaison des performances propulsives expérimentales et théoriques lors de l'essai Hycom_01

Comme le montre la figure 7.11a et contrairement aux prévisions des codes de calcul d'équilibre thermodynamique, la vitesse caractéristique de l'écoulement diminue alors que le rapport de mélange augmente provoquant ainsi une baisse du rendement de combustion durant l'essai. Cette évolution traduit la difficulté pour obtenir un mélange autorisant une combustion quasi-totale voire totale entre le combustible et l'oxydant, difficulté due au processus de régression permettant ainsi à l'oxydant et au combustible d'être éjectés par la tuyère sans avoir réagi.

7.2.2.4 Analyse des instabilités

Comme le montre la figure 7.7b, les pressions dans la chambre de combustion sont soumises à de fortes instabilités. L'objectif de cette thèse n'étant pas d'étudier les instabilités dans un moteur hybride, seule une transformée de Fourier, donnée à titre d'information, est utilisée pour les analyser. La figure 7.12 indique que les instabilités apparaissent pour trois bandes de fréquence : la première comprise entre 725 et 785 Hz, la seconde entre 825 et 875 Hz et la dernière allant de 925 à 965 Hz.

Dans la littérature, plusieurs travaux portent sur l'étude des instabilités dans les moteurs hybrides comme ceux de Karabeyoglu et *al.* [30] par exemple. Selon les auteurs, ces instabilités peuvent provenir de l'injection d'une phase liquide, de la réaction de combustion propre à la propulsion hybride ou encore de l'acoustique dans la chambre de combustion et il est souvent difficile de déterminer les fréquences associées à ces phénomènes. Toutefois, les fréquences des modes acoustiques dans la chambre de combustion peuvent être calculées grâce à une relation simple. Ainsi, le premier mode acoustique longitudinal d'un tube ouvert-fermé (représentatif de l'écoulement dans un moteur hybride) est déterminé par la relation suivante :

$$f = \frac{c}{4L} \quad (7.4)$$

avec c la vitesse du son dans la chambre de combustion et L sa longueur.

Compte tenu des conditions de fonctionnement de l'essai Hycom_01 et de la géométrie du propulseur, la fréquence acoustique de ce premier mode, calculée à la pression et au rapport de mélange moyens, est de 752 Hz, ce qui correspond à la valeur du pic dans la première bande de fréquence (756 Hz). Les fréquences acoustiques des modes longitudinaux suivants ou des modes transversaux sont trop importantes pour correspondre à l'un des intervalles relevés.

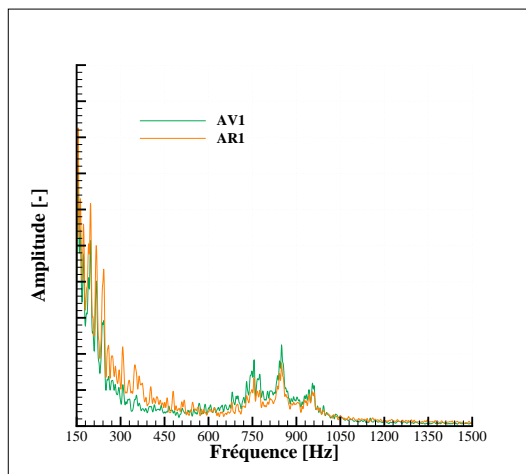


FIGURE 7.12 – Transformée de Fourier des signaux de pression dans la chambre de combustion de l'essai Hycom_01

7.2.3 Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques

7.2.3.1 Conditions de la simulation numérique

Afin de restituer cet essai avec le code numérique HYDRES, le débit d'oxydant, la pression et la température à l'entrée de la chambre de combustion doivent être précisés. Les deux premières grandeurs sont directement issues de l'essai. Les évolutions expérimentales sont ainsi représentées fidèlement, favorisant par la suite la comparaison des résultats. Le programme numérique possédant une méthode de tir permettant d'adapter la pression en amont de la chambre de combustion pour respecter l'équilibre thermodynamique, la valeur de la pression fournie comme condition aux limites n'a pas d'importance. La pression expérimentale dans la chambre de combustion n'est donc utilisée que comme condition d'entrée pour accélérer la convergence (à chaque pas de temps) du calcul. N'ayant aucune information au sujet de la température de l'écoulement gazeux en entrée du canal ni aucune méthode pour l'adapter au cours d'une méthode de tir, celle-ci est fixée arbitrairement à 1000 K.

Pour prendre en compte les caractères non idéaux de l'écoulement et de la tuyère, les rendements de combustion et de détente sont fixés aux valeurs précédemment déterminées.

Les valeurs des constantes rencontrées dans la loi d'atomisation de Sawant *et al.* correspondent à celles déterminées dans la chapitre précédent. La dépendance de cette loi vis-à-vis de la tension de surface, de la vitesse de la phase gazeuse, ... n'a toutefois pas été modifiée.

7.2.3.2 Comparaison des résultats numériques et expérimentaux

La figure 7.13 présente les résultats associés à la restitution de l'essai Hycom_01. D'une manière générale, les résultats numériques sont relativement proches des mesures expérimentales. Comme le montre la figure 7.13a, la valeur de la pression fournie par le code de calcul ne correspond pas rigoureusement à la valeur expérimentale bien que cette dernière ait été utilisée

comme condition d'entrée. Cette constatation illustre ainsi le principe de la méthode de tir et valide l'utilisation de la pression mesurée dans la chambre de combustion comme condition d'entrée du code numérique. Toutefois, la pression calculée numériquement a tendance à croître durant l'essai contrairement à la mesure expérimentale. Cette différence provient de l'utilisation d'un rendement de combustion constant durant l'essai. La pression calculée par la méthode de tir sous-estime donc initialement la valeur expérimentale de la pression et la sur-estime à la fin de l'essai.

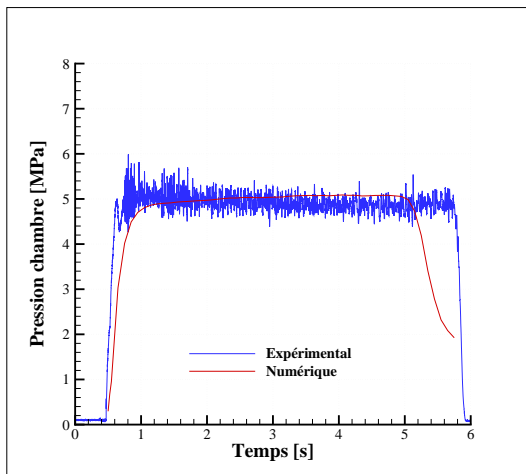
Concernant les épaisseurs brûlées (figure 7.13b), les valeurs obtenues numériquement sont semblables à celles mesurées expérimentalement conduisant ainsi à une estimation relativement proche de la vitesse de régression (figure 7.13c). Bien qu'il y ait un faible écart au début de l'essai (certainement dû à la mauvaise prise en compte par le code numérique du transitoire du débit), la vitesse de régression moyenne calculée se situe, à la fin de l'essai, entre les deux valeurs déduites de l'analyse ultrasonore, une à l'avant du bloc de paraffine, l'autre à l'arrière.

La loi de vitesse du couple N_2O /paraffine issue du calcul numérique est présentée à la figure 7.13d. Bien qu'elle soit légèrement translatée par rapport à la loi de vitesse issue de l'interpolation des données expérimentales (équation 7.2), l'écart entre ces deux courbes est très faible. La loi de vitesse obtenue numériquement peut être exprimée par la relation (7.5) montrant alors un très bon accord entre les valeurs numériques et expérimentales pour un flux massique d'oxydant variant entre 600 et 210 $kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$.

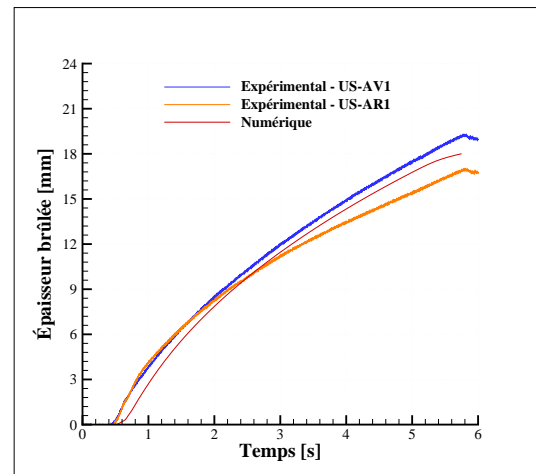
$$v_{reg} = 1.28 \cdot 10^{-5} (\rho u)_{ox}^{0.94} + 0.205 \cdot 10^{-3} \quad (7.5)$$

Toutefois, pour des faibles valeurs du flux massiques d'oxydant, l'écart entre les résultats numériques et expérimentaux a tendance à diverger. Ceci s'explique par l'existence d'une valeur limite de régression non prise en compte par le code de calcul.

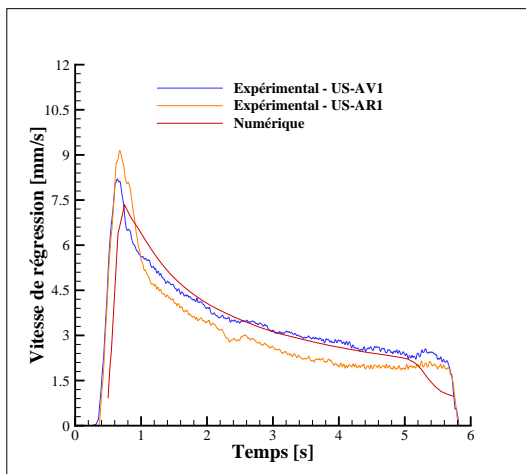
Enfin, pour ce qui est des performances propulsives, la figure 7.13e représente la comparaison entre les poussées. De façon similaire à la pression et pour la même raison, la poussée issue du calcul numérique sous-estime très légèrement la valeur expérimentale en début de tir et la sur-estime en fin d'essai. Il en est de même pour l'impulsion spécifique, représentée à la figure 7.13f. Bien que la diminution des performances propulsives durant l'essai ne soit pas retrouvée, le code de calcul en donne toutefois de très bonnes évaluations.



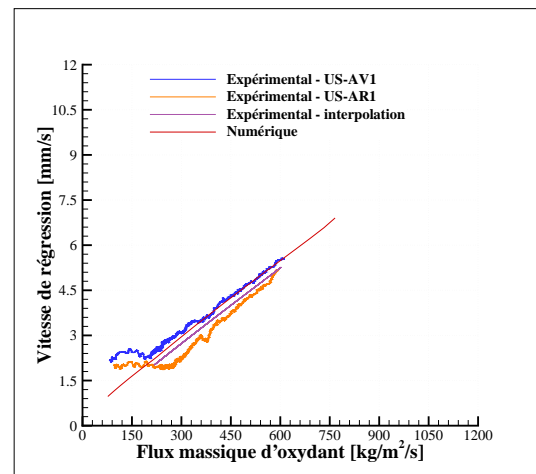
(a) Pression dans la chambre de combustion



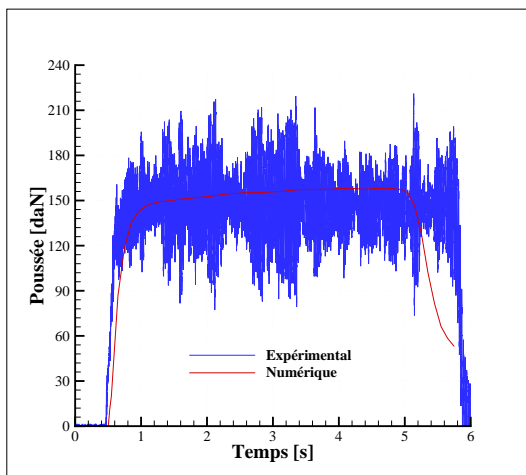
(b) Épaisseurs brûlées



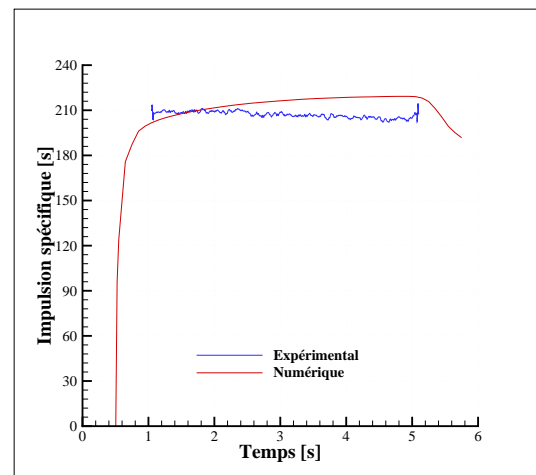
(c) Vitesse de régression



(d) Loi de vitesse



(e) Poussée



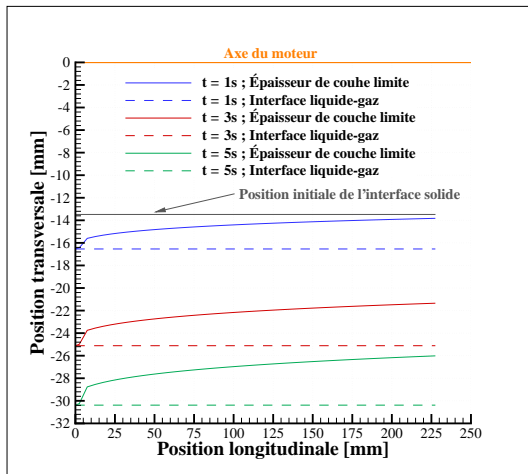
(f) Impulsion spécifique

FIGURE 7.13 – Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques associés à l'essai Hycom_01

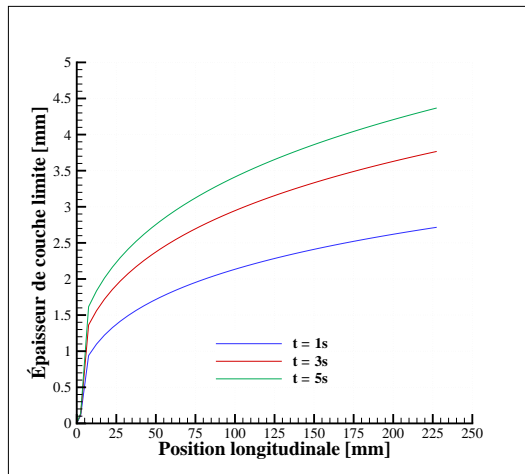
7.2.3.3 Évolutions longitudinales des grandeurs thermodynamiques

Les simulations numériques permettent d'obtenir les évolutions longitudinales des grandeurs thermodynamiques à différents instants de calcul. La figure 7.14a représente ainsi les positions de l'interface liquide-gaz et l'évolution de l'épaisseur de couche limite au début, au milieu et à la fin de l'essai (1, 3 et 5 s). L'augmentation du diamètre de la chambre de combustion durant l'essai implique, d'une part, une diminution de la vitesse de l'écoulement à l'extérieur de la couche limite (figure 7.14c) et, d'autre part, un amoindrissement du confinement de la couche limite, permettant ainsi son expansion (figure 7.14b).

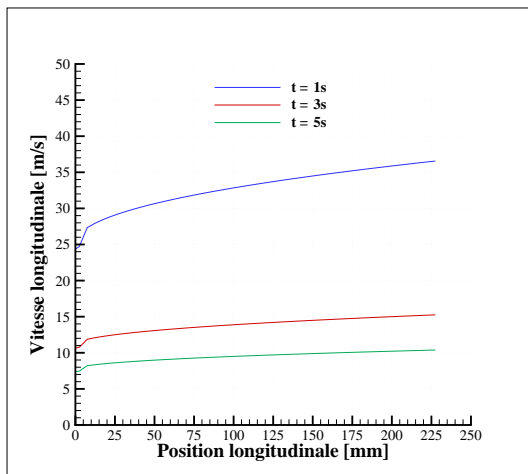
La figure 7.14d représente l'évolution longitudinale de l'épaisseur du film liquide au cours de l'essai. Compte tenu des valeurs prises par l'épaisseur du film liquide, l'hypothèse selon laquelle cette épaisseur est négligeable devant les longueurs macroscopiques de l'écoulement (hypothèse 43) est validée.



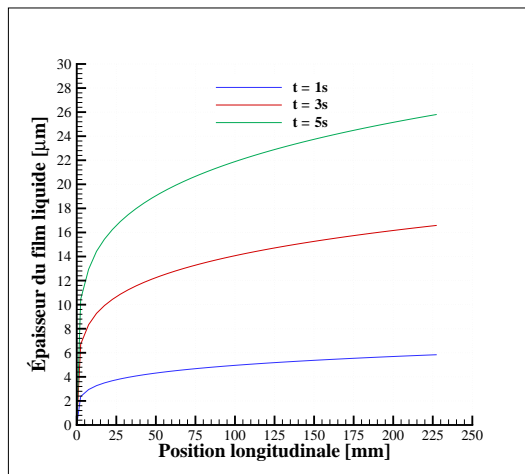
(a) Développement de la couche limite sur l'interface liquide-gaz



(b) Épaisseur de couche limite



(c) Vitesse longitudinale de l'écoulement gazeux à l'extérieur de la couche limite



(d) Épaisseur du film liquide

FIGURE 7.14 – Évolutions longitudinales de grandeurs thermodynamiques obtenues lors de la simulation numérique de l'essai Hycom_01 à différents instants de calcul

7.3 Apport de la combustion sur la loi de vitesse

Le but de l'essai Hycom_02 est de couvrir la plage de flux massique rencontrée sur le banc HYCARRE ($300 \text{ à } 80 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$) pour montrer l'apport de la combustion sur la vitesse de régression. Pour remplir cette condition, cet essai est réalisé avec un débit d'oxydant de $200 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$ et un canal initial de 22 mm de diamètre. Le flux de masse initial d'oxydant théorique est de $520 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$, ce qui assure en outre un recouvrement partiel de l'étendue de mesure parcourue lors de l'essai précédent.

TABLEAU 7.4 – Conditions opératoires de l'essai Hycom_02

Débit d'oxydant	$200 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$
Diamètre initial du canal	22 mm
Durée de l'essai	10 s

7.3.1 Analyse des résultats expérimentaux

Il est à noter que le débitmètre utilisé lors de l'essai Hycom_01 a été remplacé par un nouvel instrument de mesure permettant de diminuer le temps de réponse et d'augmenter la précision de la mesure. La balance de poussée a également été modifiée afin d'être mieux adaptée aux valeurs rencontrées lors de ces essais. Ces deux instruments serviront également lors de l'essai Hycom_03.

7.3.1.1 Évolutions des grandeurs expérimentales

La figure 7.15b représente les quatre pressions mesurées dans la chambre de combustion. Bien que la pression dans le réservoir et la pression d'injection soient constantes durant l'essai (figure 7.15a), l'évolution de la pression dans la chambre de combustion présente deux paliers, le premier aux alentours de 1.5 MPa tandis que le second se situe à 1.8 MPa. Cette évolution, se retrouvant également sur le débit d'oxydant (figure 7.15c), est probablement due à la présence du diaphragme devant l'injection permettant de limiter son débit pour arriver à la valeur souhaitée ($200 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$). L'injecteur n'étant plus l'élément créant la perte de charge sur la ligne d'oxydant, il se peut que le protoxyde d'azote ait cavité en aval du diaphragme modifiant ainsi le débit injecté dans la chambre de combustion.

Concernant les mesures ultrasonores, seules les données des capteurs positionnés à l'arrière du bloc de paraffine (US-AR1 et US-AR2) ont pu être traitées. Les épaisseurs brûlées issues de l'analyse de ces données montrent des évolutions tout à fait similaires, validant ainsi le caractère axisymétrique de la régression de surface. Les mesures réalisées sur le bloc de paraffine après l'essai confirment d'une part, les valeurs obtenues par la méthode ultrasonore et, d'autre part, la différence de vitesse de régression entre l'avant et l'arrière du bloc de combustible.

TABLEAU 7.5 – Comparaison des épaisseurs brûlées de l'essai Hycom_02 obtenues par méthode ultrasonore et par mesure du bloc après essai

	Méthode ultrasonore	Mesure directe
US-AV1	-	26.00 mm
US-AR1	22.15 mm	23.55 mm

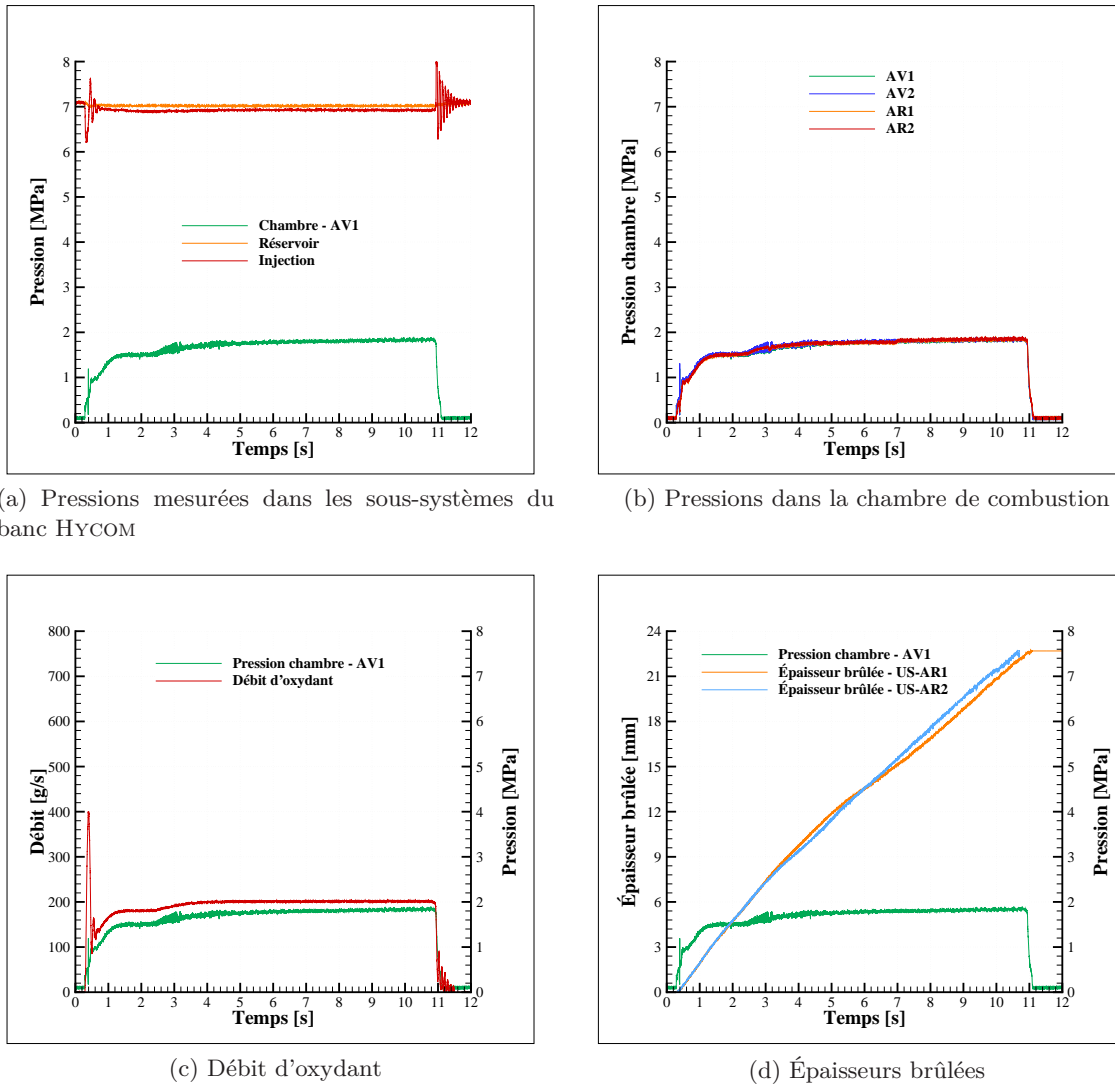


FIGURE 7.15 – Évolution des grandeurs expérimentales de l'essai Hycom_02

7.3.1.2 Post-traitement des mesures ultrasonores

Les vitesses de régression (figure 7.16a), déduites des épaisseurs brûlées, n'évoluent que très faiblement au cours de l'essai, débutant à $3 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$ pour terminer à une valeur comprise entre 1.8 et $2 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$. Leurs constances sur la dernière moitié de l'essai semblent confirmer l'hypothèse d'une vitesse limite de régression dont la valeur est analogue à celle observée lors de l'essai Hycom_01.

La loi de vitesse est déterminée par la connaissance du débit d'oxydant et des vitesses de régression (figure 7.16b). La loi de vitesse, interpolée entre $300 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$, s'exprime alors par la relation :

$$v_{reg} = 1.30 \cdot 10^{-5} (\rho u)_{ox}^{0.96} \quad (7.6)$$

Cette relation montre, une nouvelle fois, la quasi-linéarité de la loi de vitesse du couple oxydant/combustible utilisé. Comme le montre également la figure 7.16b, le flux massique d'oxydant évolue de $300 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ recouvrant ainsi complètement la plage de fonctionnement du banc HYCARRE. Pour un flux de masse identique, la combustion permet une augmentation de la vitesse de régression d'un facteur proche de trois par rapport aux écoulements rencontrés

sur le banc HYCARRE dont la température maximale est inférieure à 1000 K. La réaction chimique modifie le profil de température dans la couche limite et entraîne un accroissement local de la température. Les propriétés thermophysiques des phases fluides sont donc altérées et le flux thermique pariétal est augmenté. L'action combinée de ces deux phénomènes engendre ainsi une hausse de la vitesse de régression.

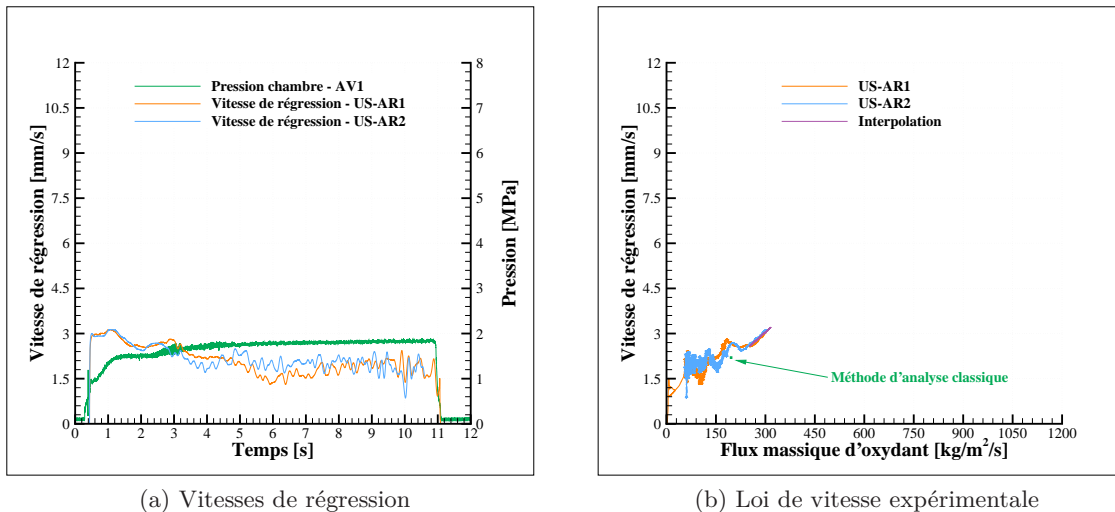


FIGURE 7.16 – Post-traitement des mesures ultrasonores de l'essai Hycom_02

7.3.1.3 Performances propulsives

Concernant les performances propulsives, les valeurs de la poussée et de l'impulsion spécifique sont bien inférieures à celles observées lors de l'essai précédent. La diminution de poussée (figure 7.17a) s'explique par une chute de la pression dans la chambre de combustion d'un facteur trois, réduisant d'autant la valeur de la poussée. Pour ce qui est de l'impulsion spécifique (figure 7.17b), l'écart entre les essais Hycom_01 et Hycom_02 est dû à la différence des valeurs de rapport de mélange entre ces deux tests. En effet, lors du premier essai, le rapport de mélange était compris entre 4.5 et 7.5 alors que, pour l'essai Hycom_02, celui-ci n'est compris qu'entre 2 et 4. Le rapport de mélange global étant plus éloigné de la stoechiométrie, l'impulsion spécifique est dégradée.

La réaction chimique étant limitée par la quantité de protoxyde d'azote présent dans l'écoulement gazeux (mélange globalement riche), cet oxydant est donc entièrement consommé par la combustion. Par conséquent, le rendement de combustion, représentant l'efficacité de la combustion par rapport à la théorie, doit être voisin de l'unité. Cette remarque est illustrée par les évolutions des vitesses caractéristiques expérimentale et théorique (figure 7.18a) qui permettent de calculer un rendement de combustion de 98.5 %. Cependant, d'après la figure 7.18b, le rendement total (82 %) est du même ordre de grandeur que celui obtenu lors de l'essai Hycom_01 ce qui implique une diminution du rendement de détente (83.5 %). La tuyère n'ayant pas été modifiée entre les deux essais, les rendements de détente devraient être similaires. Le décollement du jet dans la tuyère est la seule explication plausible actuellement. En théorie, la pression en sortie de la tuyère est d'environ $5 \cdot 10^{-2}$ MPa (alors qu'elle est proche de $1.5 \cdot 10^{-1}$ MPa pour l'essai Hycom_01), ce qui implique une sur-détente de l'écoulement gazeux. Bien que le critère de non-décollement du jet (relation (5.27)) soit respecté, le rapport entre cette pression de sortie théorique et la pression ambiante est très proche de 0.4, valeur critique en deçà de laquelle il y a décollement du jet. Lors de l'essai, il se pourrait alors que ce phénomène se soit produit.

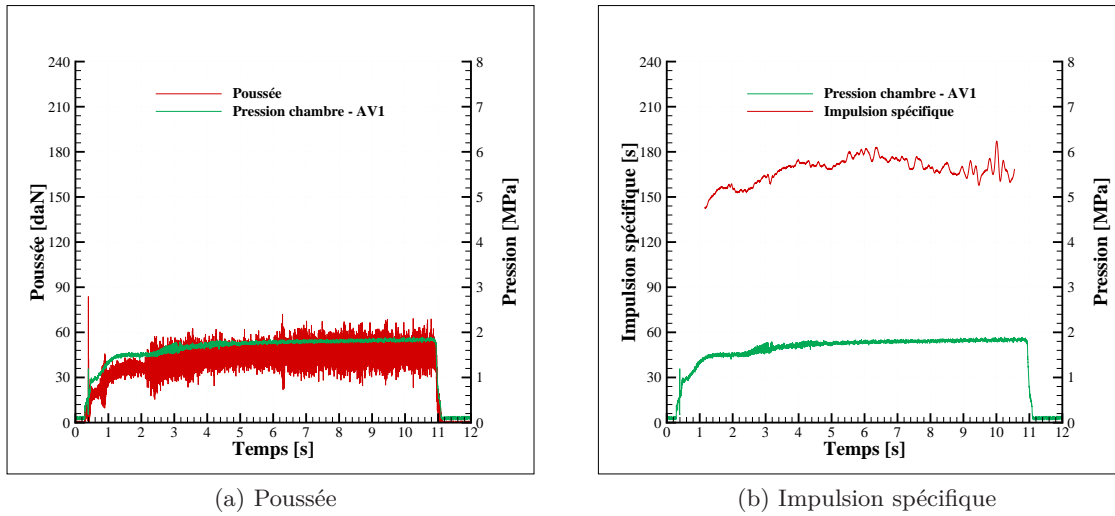
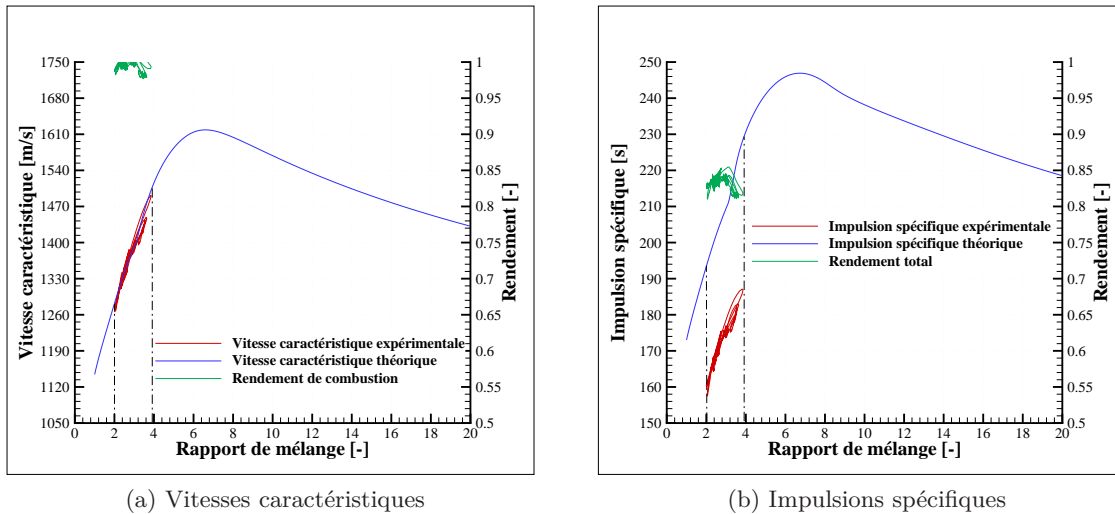


FIGURE 7.17 – Évaluation des performances propulsives de l'essai Hycom_02



Remarque 7.2. Les courbes théoriques ont été obtenues pour une pression moyenne de 1.8 MPa.

FIGURE 7.18 – Comparaison des performances propulsives expérimentales et théoriques lors de l'essai Hycom_02

7.3.1.4 Analyse des instabilités

Les transformées de Fourier des signaux de pression sont représentées à la figure 7.19. Les conditions de fonctionnement de cet essai laissent apparaître deux bandes de fréquence, la première comprise entre 810 et 865 Hz tandis que la seconde se situe entre 930 et 970 Hz, ces deux bandes correspondant aux deux dernières bandes observées lors de l'essai Hycom_01. Comme le montre cette figure, les amplitudes des instabilités sont largement supérieures sur les pressions mesurées dans la pré-chambre par rapport à celles relevées dans la post-chambre. Toutefois, aucune explication de ce phénomène n'est actuellement proposée.

Sous les conditions de fonctionnement de cet essai, la fréquence acoustique du premier mode longitudinal correspond à 690 Hz, fréquence qui n'appartient à aucune des deux bandes mises en évidence. La fréquence acoustique n'est donc pas excitée par l'écoulement gazeux.

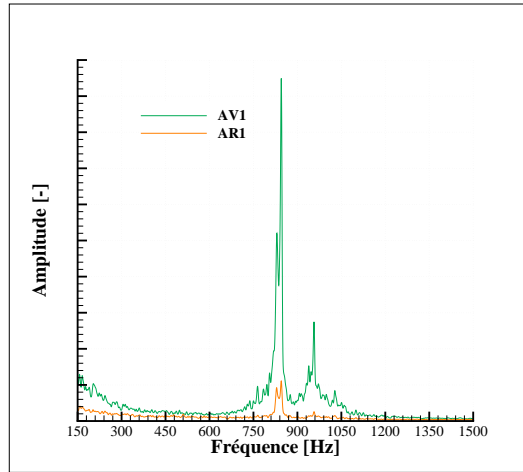


FIGURE 7.19 – Transformée de Fourier des signaux de pression dans la chambre de combustion de l'essai Hycom_02

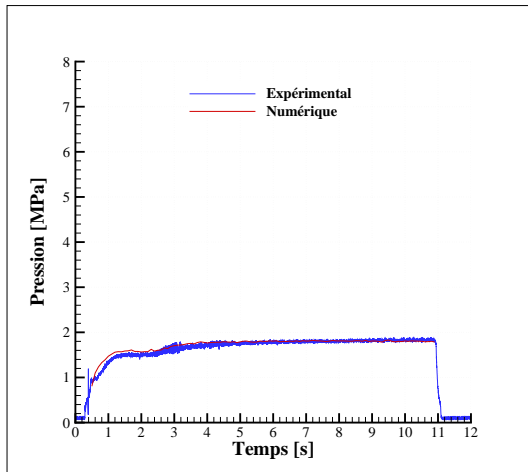
7.3.2 Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques

La simulation numérique de cet essai a été réalisée en suivant une méthode analogue à celle développée pour la restitution de l'essai Hycom_01. Les résultats de cette simulation sont présentés à la figure 7.20. La pression et la poussée expérimentales sont convenablement représentées par le code de calcul.

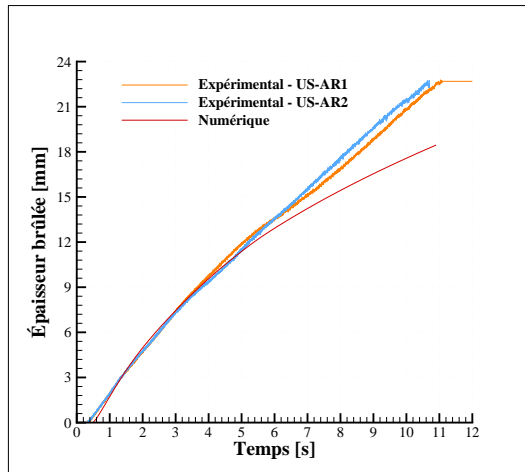
Concernant les données issues des mesures ultrasonores, la comparaison peut être séparée en deux parties. La première porte sur les 4.5 premières secondes de l'essai. Sur cette période, le programme HYDRES restitue correctement les évolutions de l'épaisseur brûlée et de la vitesse de régression. La loi de vitesse est, comme pour l'essai précédent, légèrement translatée mais, l'équation de cette courbe reste très proche de celle interpolée à partir des mesures expérimentales puisqu'elle se met sous la forme suivante :

$$v_{reg} = 1.25 \cdot 10^{-5} (\rho u)_{ox}^{0.96} + 0.48 \cdot 10^{-3} \quad (7.7)$$

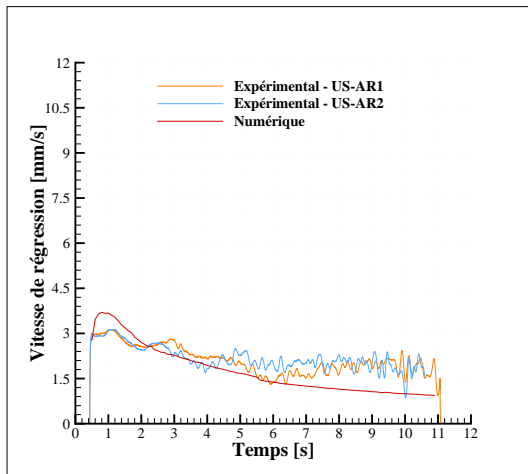
Par contre, les résultats expérimentaux sont sous-estimés sur la deuxième moitié de l'essai, période sur laquelle le flux massique d'oxydant est inférieur à $150 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. L'essai de référence a mis en évidence l'existence d'une vitesse critique de régression due, selon Muzzy [50], à l'importance des transferts radiatifs pour de faibles valeurs de flux massique d'oxydant. La divergence entre les résultats numériques et expérimentaux s'explique alors par l'absence de transferts radiatifs dans le modèle de régression développé. Par conséquent, le code HYDRES ne permet pas, dans son état actuel, de prévoir ou de reproduire numériquement un essai pour lequel de faibles valeurs de flux massiques sont rencontrées.



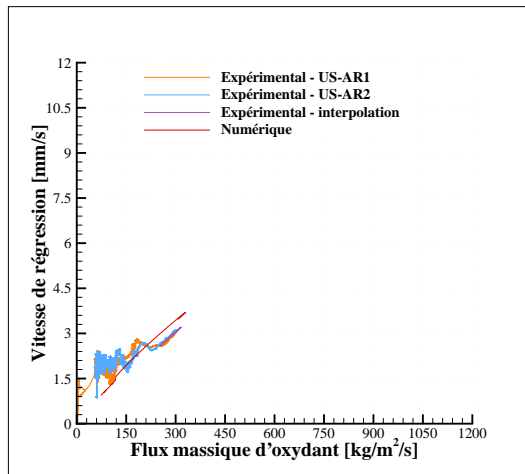
(a) Pression dans la chambre de combustion



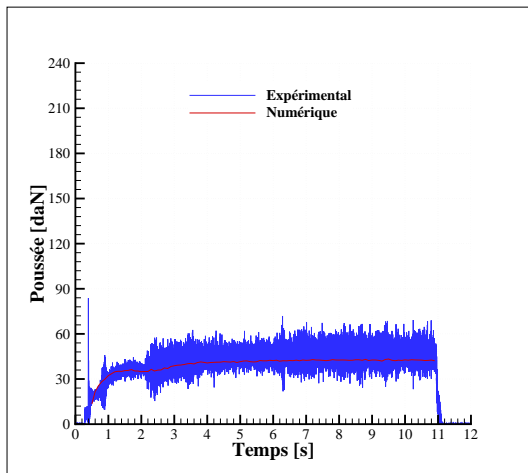
(b) Épaisseurs brûlées



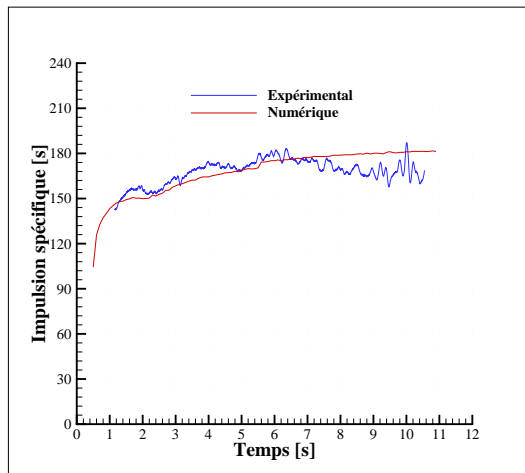
(c) Vitesse de régression



(d) Loi de vitesse



(e) Poussée



(f) Impulsion spécifique

FIGURE 7.20 – Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques associés à l'essai Hycom_02

7.4 Influence du diamètre initial de la chambre de combustion

7.4.1 Objectif et définition de l'essai

La variation de flux de masse initial d'oxydant peut s'effectuer soit par modification du débit d'oxydant, soit par changement du diamètre initial de la chambre de combustion. Lors de l'essai précédent, ces deux paramètres ont été modifiés ce qui ne permet pas de quantifier l'influence de ces paramètres sur la vitesse de régression. L'objectif de ce dernier essai est donc d'évaluer séparément leur contribution. Pour cela, le test Hycom_03 est réalisé avec le débit d'oxydant du tir Hycom_01 mais avec le diamètre initial du canal de l'essai Hycom_02 (tableau 7.6). Ainsi, la comparaison avec l'un ou l'autre de ces essais permettra de répondre à l'objectif fixé.

Sous ces conditions, le flux de masse initial théorique est égal à $1600 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$. La durée de l'essai a été augmentée par rapport au test Hycom_01 dans le but d'atteindre le même flux massique d'oxydant final.

TABLEAU 7.6 – Conditions opératoires de l'essai Hycom_03

Débit d'oxydant	$600 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$
Diamètre initial du canal	22 mm
Durée de l'essai	6 s

7.4.2 Analyse des résultats expérimentaux

7.4.2.1 Évolution des grandeurs expérimentales

Comme le montrent les figures 7.21a à 7.21c, les conditions de fonctionnement de cet essai sont similaires à celles du tir Hycom_01. Les mesures de pression dans la chambre de combustion sont toutes identiques et centrées autour de 4.8 MPa (contre 4.9 MPa pour l'essai Hycom_01). De plus, les niveaux d'instabilité entre les mesures dans les pré- et post-chambres semblent également être comparables. Le débit d'oxydant est proche de $600 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$, valeur visée, mais reste légèrement inférieur à celui mesuré lors du premier essai sur le banc HYCOM. Comme le montre également la figure 7.21c, la modification du débitmètre a permis de réduire le temps d'intégration du débit d'oxydant et, par conséquent, de diminuer la durée du transitoire. Cette opération rend toutefois la mesure du débit plus instable.

En ce qui concerne les épaisseurs brûlées (7.21d), comme pour l'essai Hycom_01, seules les données issues des capteurs US-AV1 et US-AR1 ont pu être analysées. De plus, comme pour les essais précédents, la régression du bloc de paraffine n'est pas homogène, consommant d'avantage de matière à l'avant de ce dernier. Cette conicité est, encore une fois, retrouvée par la mesure du combustible solide à la fin de l'essai (tableau 7.7).

TABLEAU 7.7 – Comparaison des épaisseurs brûlées de l'essai Hycom_03 obtenues par méthode ultrasonore et par mesure du bloc après essai

	Méthode ultrasonore	Mesure directe
US-AV1	21.15 mm	22.15 mm
US-AR1	20.70 mm	21.30 mm

7.4.2.2 Post-traitement des données ultrasonores

Les vitesses de régression instantanées sont représentées sur la figure 7.22a. Le flux massique d'oxydant, très important au début de l'essai, induit de fortes vitesses de régression initiales

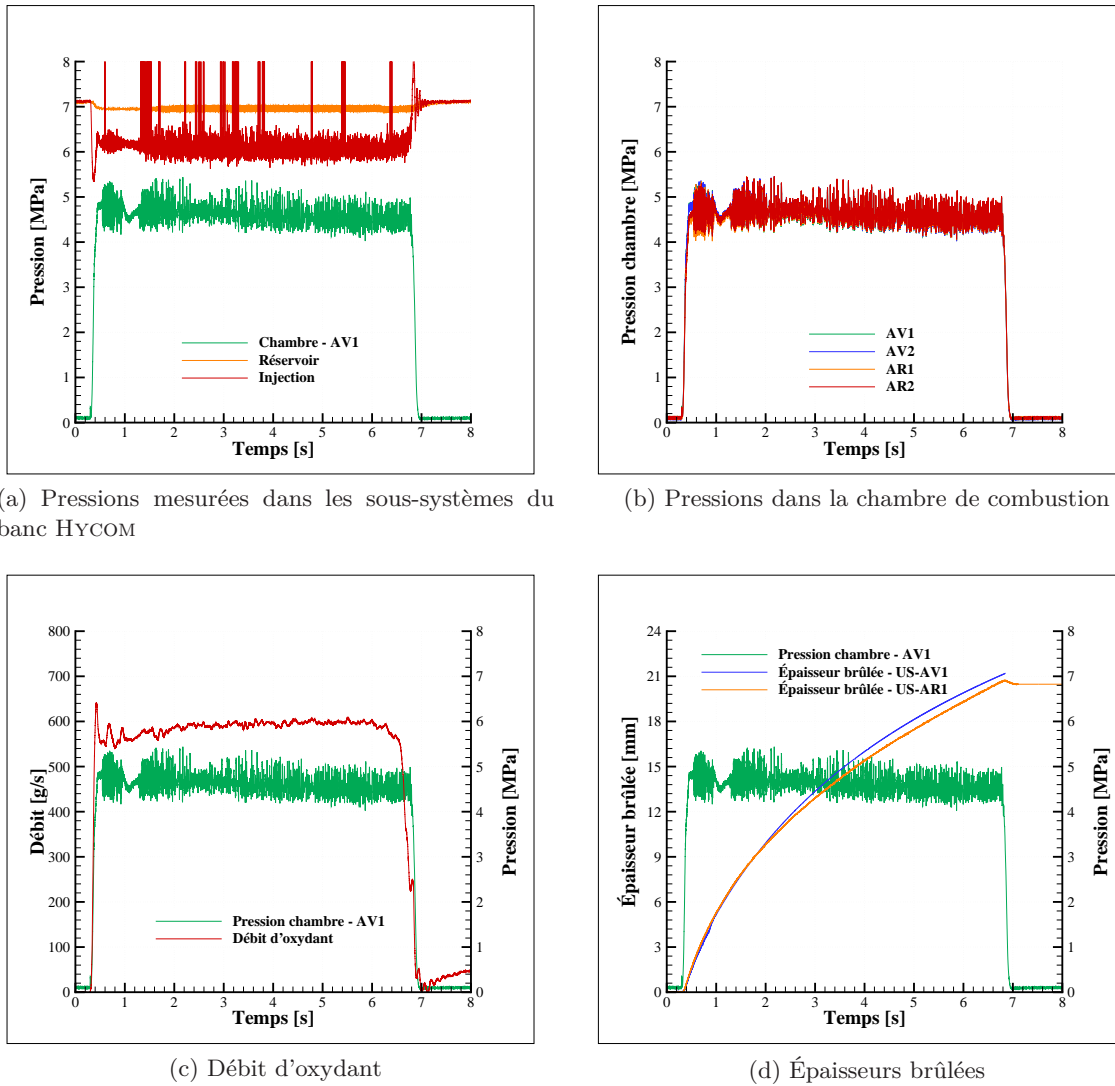


FIGURE 7.21 – Évolution des grandeurs expérimentales de l'essai Hycom_03

(comprise entre 9.5 et $10.5 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$). Ces vitesses décroissent durant le test pour arriver à des valeurs comprises, comme pour les essais précédents, entre 1.8 et $2 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$. Bien que l'évolution de la vitesse de régression à l'arrière du bloc (US-AR1) soit très faible à la fin de l'essai, il est difficile de dire si celle-ci tend vers une asymptote en raison de la faible durée sur laquelle se produit ce phénomène.

Comme pour les essais précédents, la loi de vitesse du couple N_2O /paraffine est déterminée à partir du débit d'oxydant et des vitesses de régression (figure 7.22b). La vitesse de régression étant décroissante tout au long de l'essai, il est possible d'obtenir l'expression de la vitesse de régression en fonction du flux massique d'oxydant dans les conditions de fonctionnement de cet essai :

$$v_{reg} = 7.66 \cdot 10^{-6} (\rho u)_{ox}^{1.02} \quad (7.8)$$

Cette loi de vitesse est relativement proche de celle déterminée à l'essai Hycom _01 et montre, par la même occasion, l'évolution quasi-linéaire de la vitesse en fonction du flux massique d'oxydant.

La figure 7.22b montre également la variation du flux massique d'oxydant durant l'essai, de 1000 à $150 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$. Cet intervalle est intéressant dans la mesure où les flux de masse généralement rencontrés dans les moteurs hybrides sont entièrement parcourus.

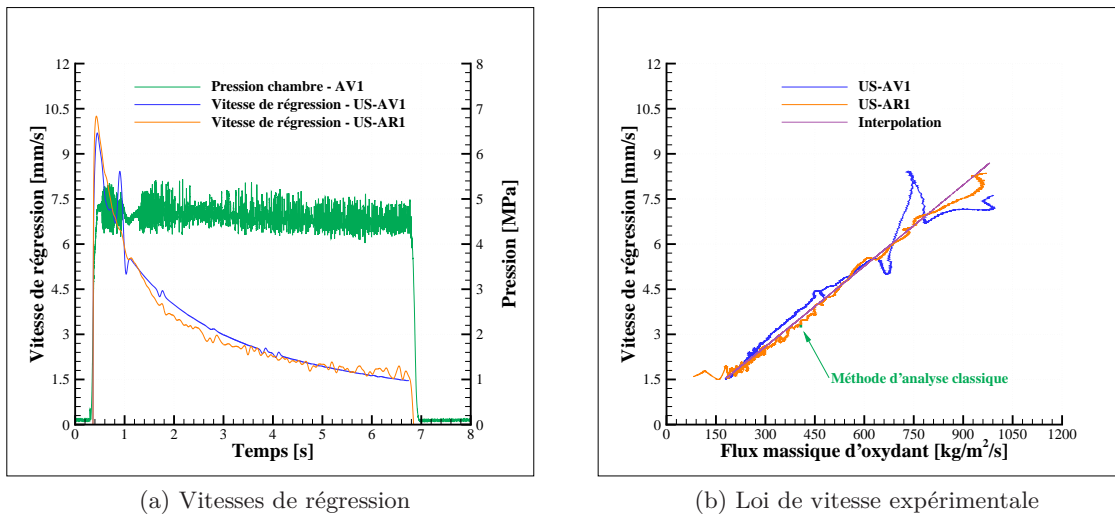


FIGURE 7.22 – Post-traitement des mesures ultrasonores de l'essai Hycom_03

7.4.2.3 Performances propulsives

Comme le montre la figure 7.23a, la poussée est centrée autour de 145 daN, valeur cohérente avec celle mesurée lors de l'essai Hycom_01. Les niveaux d'instabilité sont toutefois beaucoup moins importants que ceux observés précédemment en raison du changement de balance de poussée. L'impulsion spécifique, déduite de la mesure précédente, est également comparable à celle du premier essai avec une valeur légèrement inférieure à 210 s.

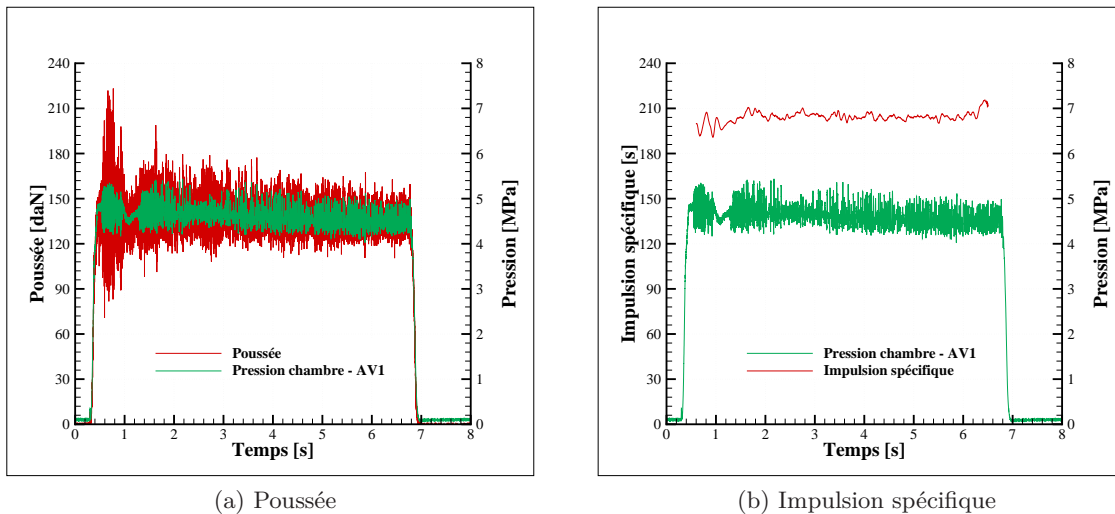


FIGURE 7.23 – Évaluation des performances propulsives de l'essai Hycom_03

Les rendements de combustion et de détente devraient, quant à eux, être également voisins de ceux déterminés à l'essai Hycom_01. Grâce aux données représentées sur la figure 7.24, leurs valeurs moyennes ont été calculées et valent respectivement 88 % et 96.5 %. Le rendement total est alors égal à 85 %.

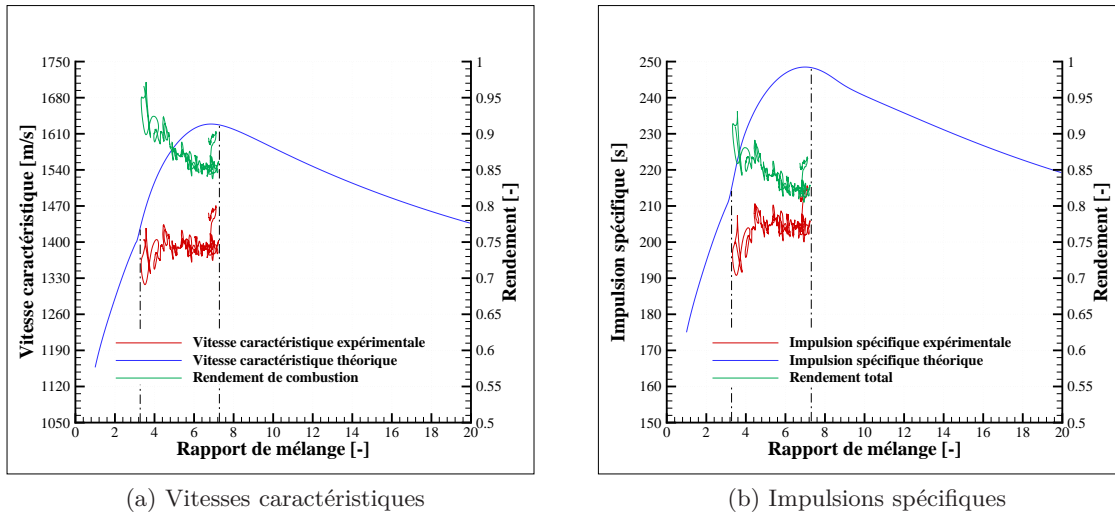


FIGURE 7.24 – Comparaison des performances propulsives expérimentales et théoriques lors de l’essai Hycom_03

7.4.2.4 Étude des instabilités

Pour cet essai, les transformées de Fourier des signaux de pression dans la chambre de combustion devraient être cohérentes à l’essai Hycom_01 en raison de la proximité des conditions de fonctionnement. Toutefois, deux bandes de fréquence apparaissent sur cette transformée, la première entre 690 et 850 Hz et la seconde entre 900 et 975 Hz, bande déjà présente sur les deux premiers essais (figure (7.25)). La fréquence acoustique du premier mode longitudinal, correspondant à 756 Hz, est alors comprise dans la première bande de fréquence.

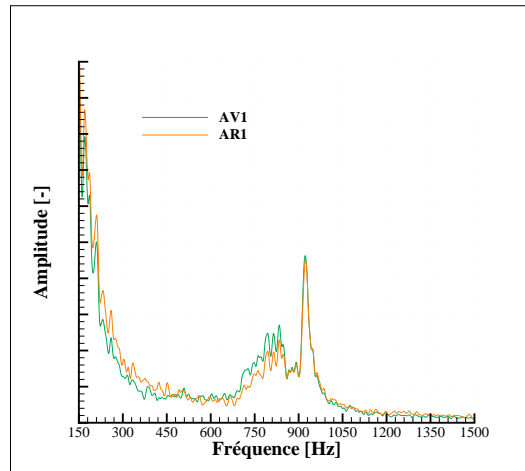


FIGURE 7.25 – Transformée de Fourier des signaux de pression dans la chambre de combustion de l’essai Hycom_03

7.4.3 Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques

Comme le montre les figures 7.26 et 7.27, le code HYDRES représente correctement les phénomènes physiques mis en œuvre dans cet essai. Comme pour l’essai Hycom_01, la pression dans la chambre de combustion calculée numériquement est légèrement surestimée, ce qui

entraîne une majoration des performances propulsives. Le code de calcul restitue aussi convenablement la vitesse de régression et l'épaisseur brûlée, bien que cette dernière soit légèrement supérieure aux évolutions données par les mesures ultrasonores. Enfin, comme pour l'essai Hycom_01, la loi de vitesse obtenue numériquement est légèrement translatée par rapport à celle issue de l'interpolation des données expérimentales. Celle-ci peut alors être mise, pour un flux massique d'oxydant compris entre 1000 et 180 kg · m⁻² · s⁻¹, sous la forme suivante :

$$v_{reg} = 7.61 \cdot 10^{-6} (\rho u)_{ox}^{1.02} + 0.35 \cdot 10^{-3} \quad (7.9)$$

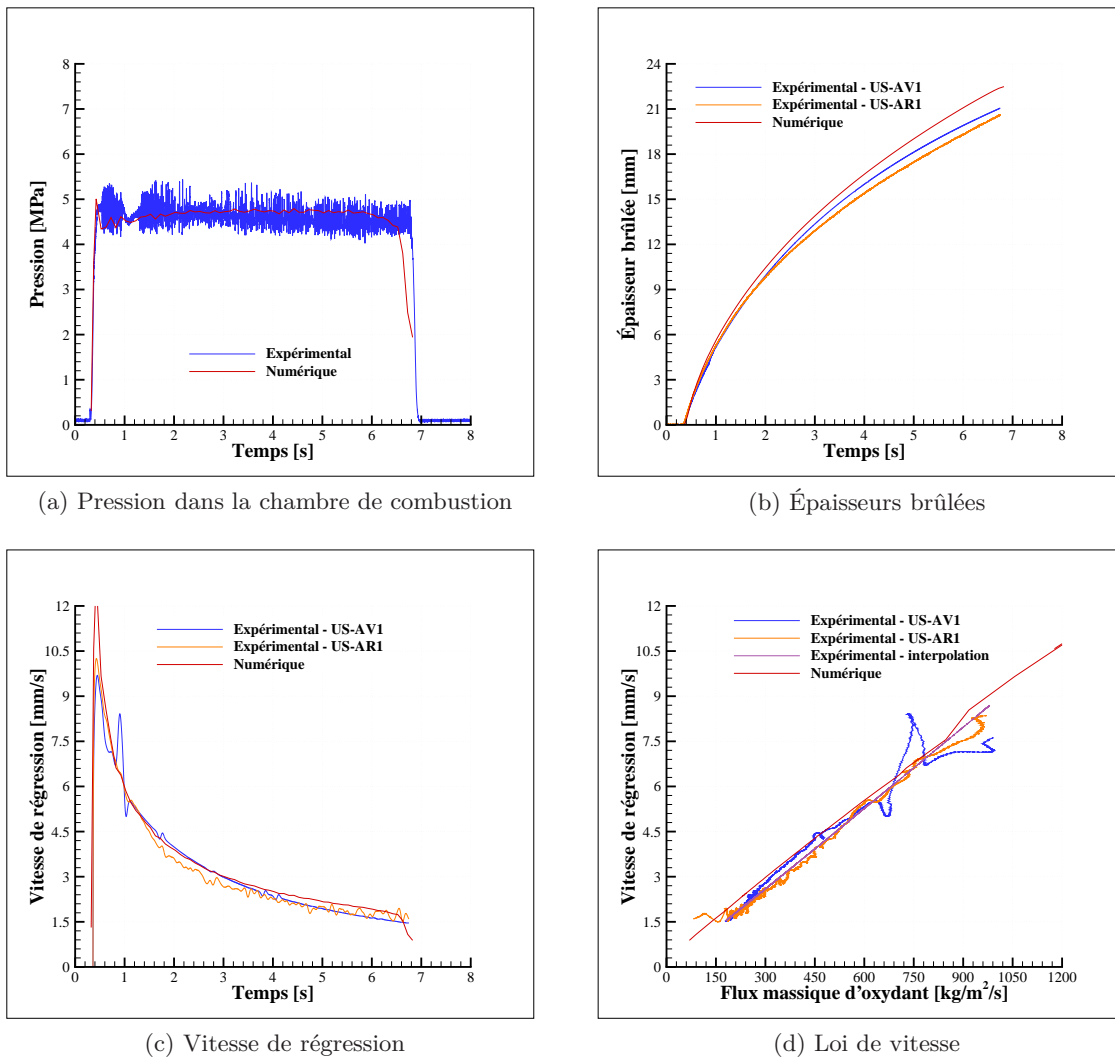


FIGURE 7.26 – Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques associés à l'essai Hycom_03 - 1/2

7.5 Conclusion

Les simulations numériques des trois essais réalisés sur le banc HYCOM ont mis en évidence la bonne restitution des conditions de fonctionnement du moteur, de ses performances propulsives et de la vitesse de régression du combustible pour un intervalle de flux massique d'oxydant

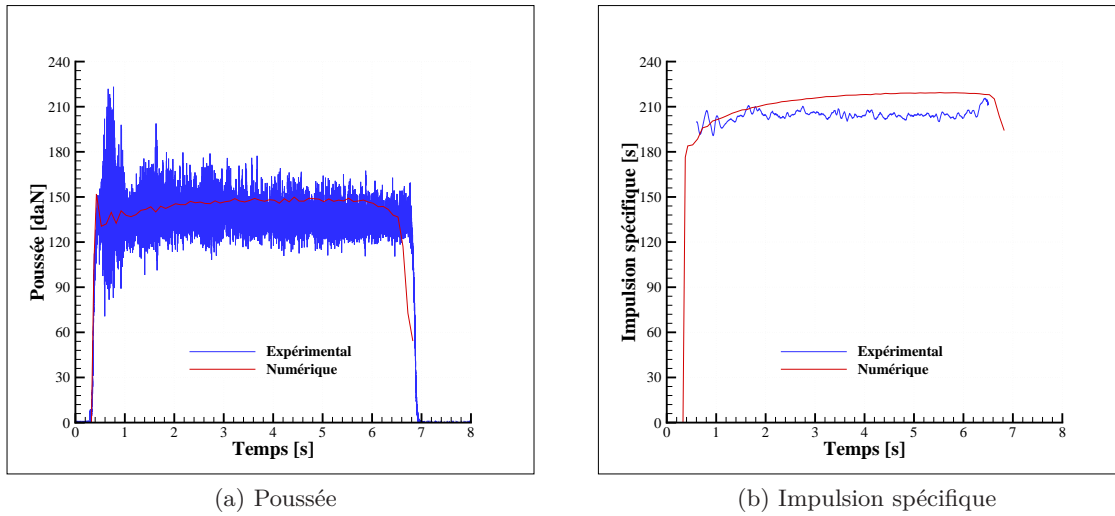


FIGURE 7.27 – Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques associés à l'essai Hycom_03 - 2/2

allant d'environ 200 à $1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$. En deçà de cette plage, l'existence d'une vitesse de régression limite ne permet pas de retrouver numériquement les valeurs expérimentales. Toutefois, ces faibles valeurs de flux de masse ne sont généralement pas privilégiées dans les applications lanceurs en raison des faibles niveaux de poussée qu'elles produisent. La modélisation des combustibles liquéfiables en environnement moteur et l'architecture du code HYDRES peuvent donc être considérées comme validées.

Ayant réalisé des essais sous différentes conditions initiales, il est intéressant de comparer les lois de vitesse obtenues afin de montrer l'influence de ces conditions sur la vitesse de régression. La conclusion sur la base des données expérimentales (figure 7.28a) n'est pas évidente à établir en raison de la dispersion des mesures. Cependant, les essais réalisés permettent de déterminer l'évolution globale de la loi de vitesse obtenue pour le couple N_2O /paraffine, forme également observée par Muzzy [50] sur des combustibles classiques (figure 7.28b).

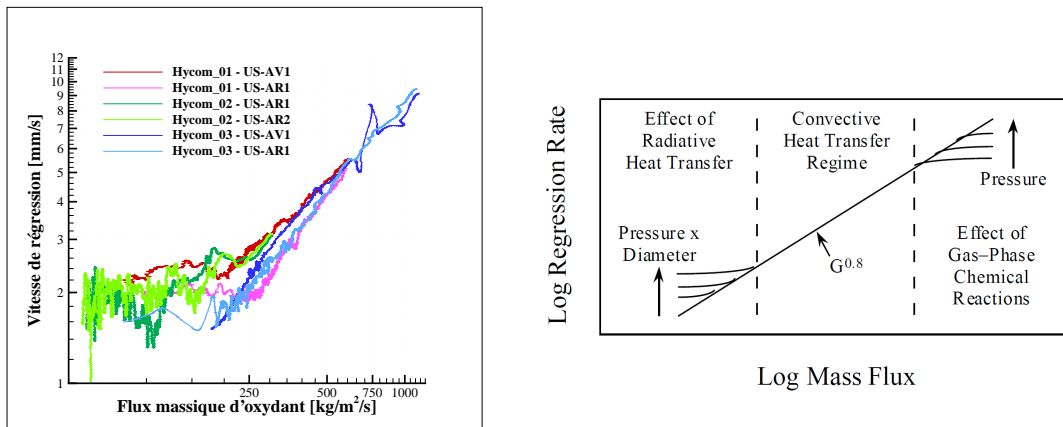


FIGURE 7.28 – Évolution de la loi de vitesse en échelle log-log

Toutefois, d'après les lois de vitesse obtenues par interpolation des données expérimentales

(figure 7.29a) et numériquement (figure 7.29b), la modification du diamètre initial de la chambre de combustion n'aurait aucune influence sur la loi de vitesse (essais Hycom_01 et Hycom_03). L'influence du débit d'oxydant (essais Hycom_02 et Hycom_03) n'est cependant pas évidente à constater dans la mesure où sa variation entraîne également une évolution de la pression dans la chambre de combustion. N'ayant pas les mêmes conditions dans la chambre de combustion, aucune conclusion ne peut être donnée sur la variation du débit d'oxydant.

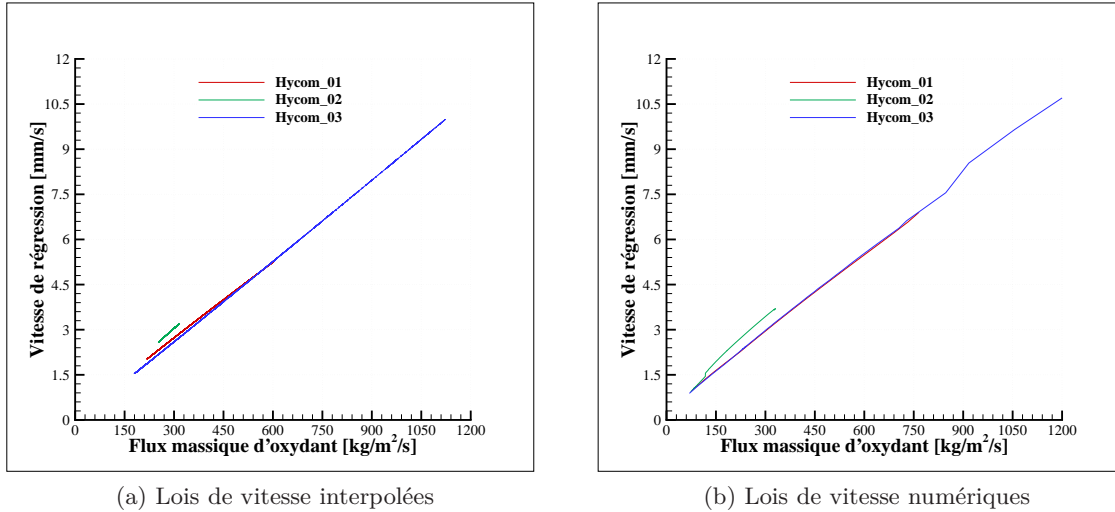


FIGURE 7.29 – Comparaison des lois de vitesse suivant différentes conditions initiales

La figure 7.30 représente la comparaison entre la loi de vitesse obtenue par la méthode classique et la loi de vitesse instantanée moyenne issue de l'analyse des données ultrasonores des essais Hycom. En se basant sur les trois essais réalisés sur le banc Hycom, il semblerait que des méthodes d'analyse différentes donnent des lois de vitesses différentes. La loi de vitesse obtenue par Karabeyoglu *et al.* [28] est également présentée sur cette figure afin de montrer l'influence du couple oxydant/combustible sur cette loi.

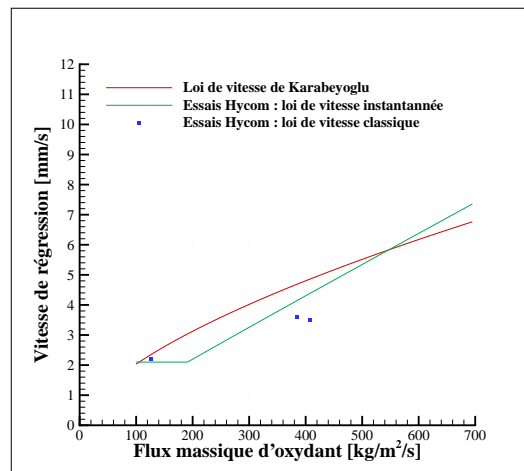


FIGURE 7.30 – Comparaison des lois de vitesses suivant le méthode d'analyse

Quatrième partie

Exploitation du code Hydres

Chapitre 8

Exploitation du code Hydres

Sommaire

8.1	Influence du flux de masse initial d'oxydant	143
8.2	Influence de la pression dans la chambre de combustion	145
8.3	Influence de la nature de l'oxydant	146
8.4	Apport de la combustion	148
8.5	Retour sur l'augmentation de la vitesse de régression par atomisation du film liquide	149

Les deux chapitres précédents (chapitres 6 et 7) ont permis de conclure sur le fonctionnement du code HYDRES et sur la validation des modèles de régression développés en début de ce mémoire. Le but de ce chapitre est d'exploiter cet outil numérique dans son état actuel afin de montrer la sensibilité de la vitesse de régression à certains paramètres.

8.1 Influence du flux de masse initial d'oxydant

Le flux de masse initial d'oxydant, paramètre de première importance en propulsion hybride, peut être modifié par l'intermédiaire de deux variables : le débit d'oxydant et le diamètre initial de la chambre de combustion. Lors de la campagne expérimentale sur le banc HYCOM, l'influence de ce dernier a pu être observée en comparant les essais Hycom_01 et Hycom_03. Cependant, aucune conclusion n'a pu être donnée quant à l'influence du débit d'oxydant puisque sa variation a également entraîné une modification de la pression dans la chambre de combustion (essais Hycom_02 et Hycom_03). Toutefois, la variation du débit d'oxydant au cours des essais rend les conclusions délicates quant à l'influence de ces paramètres.

L'utilisation du code HYDRES permet de mieux répondre à cette question dans la mesure où des simulations numériques peuvent être réalisées en considérant un débit d'oxydant constant et une même pression dans la chambre de combustion. Ainsi, trois nouvelles configurations (tableau 8.1) ont été simulées en supposant, dans chaque cas, un débit d'oxydant constant et des rendements de combustion et de détente unitaires.

La figure 8.1a présente alors les lois de vitesse obtenues pour ces trois configurations, donnant à chaque fois une pression moyenne de 5.5 MPa. Les résultats des simulations 1 et 3 se superposant, le diamètre initial de la chambre de combustion n'a alors aucune influence sur la loi de vitesse du couple oxydant/combustible. Cette tendance se retrouve également sur l'analyse des résultats expérimentaux des essais réalisés sur le banc HYCOM (figure 8.1b).

TABLEAU 8.1 – Conditions de fonctionnement des simulations numériques montrant l'influence du flux de masse initial d'oxydant sur la vitesse de régression

Référence	Débit d'oxydant	Diamètre initial	ϕ_{col}	Essai HYCOM correspondant
Simulation 1	$600 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$	27 mm	16.3 mm	Hycom_01
Simulation 3	$600 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$	22 mm	16.3 mm	Hycom_03
Simulation 4	$200 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$	22 mm	9.4 mm	-

Cette conclusion n'est toutefois pas rigoureusement applicable sur le débit d'oxydant. Cependant, compte tenu du très faible écart entre les lois de vitesse des simulations 3 et 4 (tableau 8.2), l'influence du débit d'oxydant sur la vitesse de régression peut être considéré comme négligeable.

Remarque 8.1. Dans le chapitre précédent, les lois de vitesse numériques étaient interpolées de façon à mettre en évidence leurs translations par rapport à celles issues des résultats expérimentaux. Les coefficients donnés dans le tableau 8.2 correspondent toutefois à la loi de vitesse généralement rencontrée en propulsion hybride, définie par l'équation 1.1.

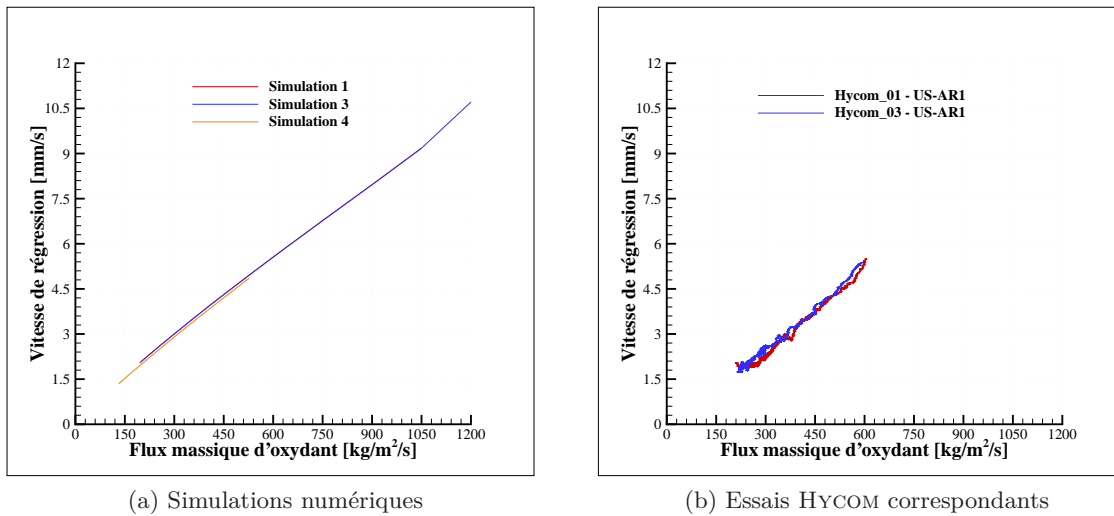


FIGURE 8.1 – Influence du flux de masse initial d'oxydant sur la loi de vitesse

TABLEAU 8.2 – Lois de vitesse obtenues en changeant le flux de masse initial

Simulation/ Essai	Numérique		Expérimental	
	a	n	a	n
1	$1.87 \cdot 10^{-5}$	0.89	$1.28 \cdot 10^{-5}$	0.94
3	$1.87 \cdot 10^{-5}$	0.89	$7.66 \cdot 10^{-6}$	1.02
4	$1.49 \cdot 10^{-5}$	0.92	-	-

8.2 Influence de la pression dans la chambre de combustion

Les lois de vitesses rencontrées en propulsion hybride se mettent généralement sous la forme :

$$v_{reg} = a (\rho u)^n \quad (8.1)$$

avec a et n des coefficients dépendant du couple oxydant/combustible. Toutefois, il est rarement mentionné une variation de la vitesse de régression en fonction de la pression dans la chambre de combustion si bien que son influence est habituellement considérée comme du second ordre.

Pour justifier expérimentalement cette assertion, des essais devraient être réalisés en modifiant uniquement le diamètre du col de la tuyère. Les dimensions géométriques du bloc de combustible et le débit d'oxydant restant alors identiques, seule la pression dans la chambre de combustion évoluerait ce qui permettrait de regarder son influence sur la vitesse de régression du couple oxydant/combustible. Cette influence peut cependant être déterminée numériquement par l'intermédiaire du code HYDRES. Pour cela, trois configurations ont été calculées en considérant un débit d'oxydant (N_2O) de $600 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$, un diamètre initial de chambre de combustion de 27 mm mais des diamètres de col différents (tableau 8.3). Les pressions moyennes dans la chambre de combustion varient alors de 2.5 MPa à 8.5 MPa.

TABLEAU 8.3 – Conditions de fonctionnement des simulations numériques montrant l'influence de la pression dans la chambre de combustion sur la vitesse de régression

Référence	ϕ_{col}	P_{ch}
Simulation 5	13.04 mm	8.5 MPa
Simulation 1	16.30 mm	5.5 MPa
Simulation 6	24.45 mm	2.5 MPa

Comme le montre la figure 8.2, un accroissement de la pression dans la chambre de combustion entraîne, à flux massique d'oxydant fixé, une diminution de la vitesse de régression. La loi de vitesse est donc influencée par la pression. Toutefois, l'augmentation relative due à la pression est négligeable par rapport à celle due au flux massique d'oxydant. En effet, comme indiqué sur la figure 8.2, une augmentation du flux massique de 200 % engendre un accroissement de la vitesse de régression compris entre 150 et 170 % tandis qu'une diminution de la pression de 240 % ne provoque une hausse de la vitesse de régression que d'environ 15 %. Une variation relative identique sur la pression et sur le flux de masse suscite un écart d'un ordre de grandeur sur l'augmentation de la vitesse de régression. La pression dans la chambre de combustion induit une modification de la vitesse de régression mais celle-ci est négligeable devant la variation due au flux massique d'oxydant.

L'écart relevé entre les lois de vitesse établies au chapitre précédent serait alors principalement dû à la variation de pression dans la chambre de combustion entre les essais Hycom_02 et Hycom_03, le débit d'oxydant n'ayant qu'une très faible influence sur la loi de vitesse (figure 8.3).

Remarque 8.2. Les simulations 1 et 3 sont confondues sur la figure 8.3a.

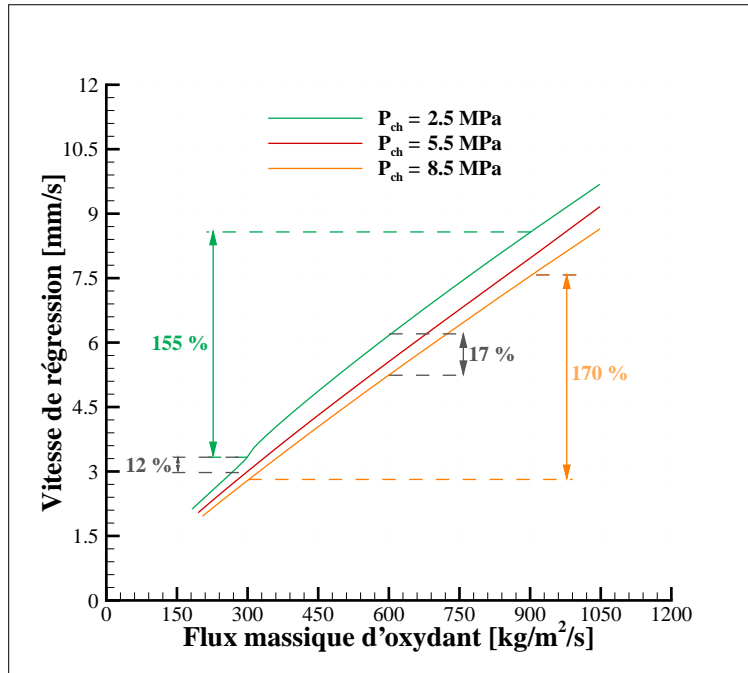


FIGURE 8.2 – Influence de la pression et du flux massique d'oxydant sur la vitesse de régression

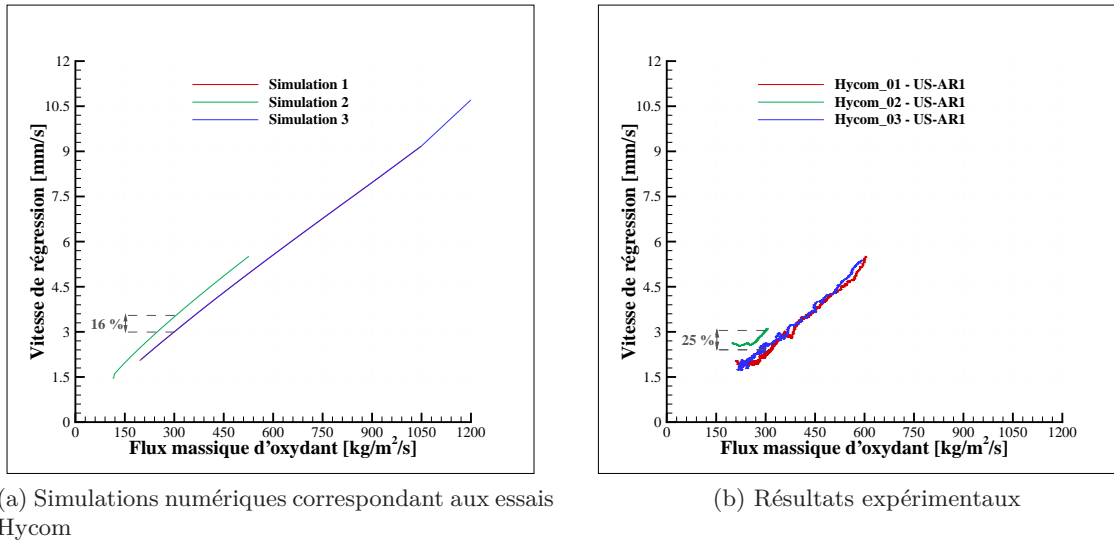


FIGURE 8.3 – Influence de la pression sur la loi de vitesse

8.3 Influence de la nature de l'oxydant

Les essais réalisés sur le banc HYCOM pour valider le code HYDRES ont tous été effectués avec du protoxyde d'azote comme oxydant. Pour compléter la validation de ce code de calcul, il serait toutefois intéressant de modifier cet oxydant et de comparer les résultats expérimentaux aux résultats numériques dans cette nouvelle configuration. Bien que ce travail expérimental n'ait pas pu être réalisé durant ce doctorat, il est tout de même possible d'utiliser le code HYDRES pour tester l'influence de la nature de l'oxydant sur la vitesse de régression.

Pour cela, la simulation est effectuée avec du peroxyde d'hydrogène (H_2O_2 concentré à 90 %) comme oxydant injecté avec un débit constant de $600 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$ et un diamètre initial de chambre

de combustion de 22 mm. Les autres dimensions géométriques et paramètres numériques restent inchangées par rapport aux simulations effectuées précédemment. Les rendements de combustion et de détente sont ainsi supposés unitaires. Ces conditions de fonctionnement sont donc identiques à celles de l'essai Hycom_03 en considérant un débit constant (simulation 3 de la section 8.1).

Les résultats de cette simulation sont présentés à la figure 8.4 et comparés aux résultats de la simulation réalisée avec du protoxyde d'azote dans les mêmes conditions de fonctionnement. Les grandeurs tracées suivent généralement une même évolution. Toutefois, la vitesse de régression obtenue avec du peroxyde d'hydrogène (figure 8.4b) est légèrement supérieure ($\sim 15\%$) à celle issue de la simulation avec du protoxyde d'azote conduisant ainsi à une augmentation de la pression dans la chambre de combustion (figure 8.4a) et des performances propulsives globales (figures 8.4c et 8.4d). Il est enfin intéressant de noter que la loi de vitesse du couple H_2O_2 /paraffine est, comme dans le cas N_2O /paraffine, quasi-linéaire. Cette linéarité semble donc être caractéristique de la paraffine utilisée durant ce doctorat.

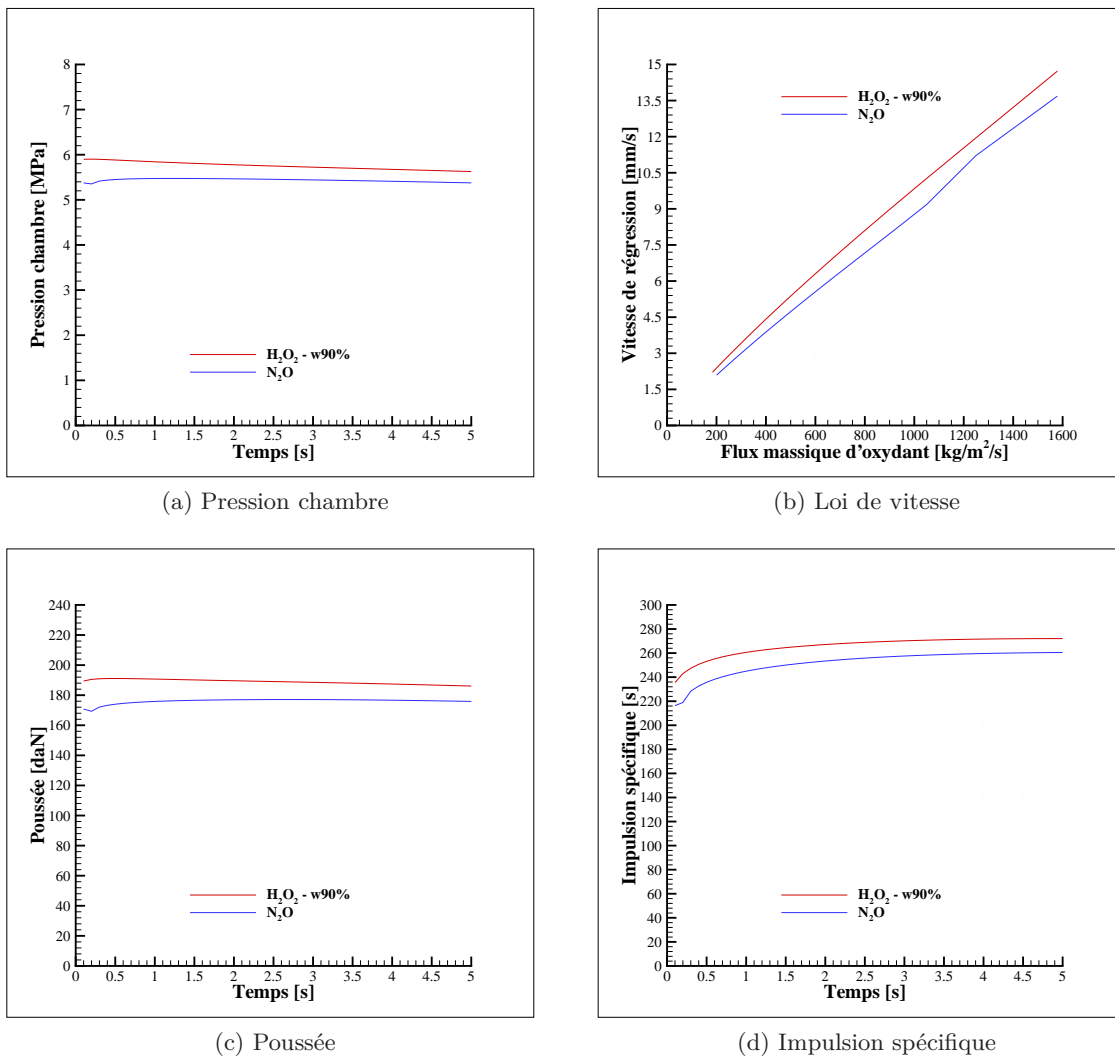


FIGURE 8.4 – Résultats d'une simulation avec du H_2O_2 – w90 % et comparaison avec du N_2O

8.4 Apport de la combustion

Pour valider l'architecture du code HYDRES et les modèles développés au début de ce mémoire, deux bancs d'essais ont été utilisés, un en l'absence de combustion (banc HYCARRE) et un avec (banc HYCOM). Les essais réalisés sur ces deux montages ont montré que, pour un flux massique d'oxydant fixé, la vitesse de dégradation du combustible était supérieure dans le moteur hybride. Toutefois, si un écoulement à très haute température était généré sans combustion, induirait-il des vitesses de régression du même ordre de grandeur que celles rencontrées en écoulement réactif ? La réaction chimique serait-elle alors un moyen d'augmenter la température de l'écoulement gazeux pour parvenir à obtenir de fortes vitesses de régression ?

Pour répondre à cette question, des simulations en combustion (configuration axisymétrique) sont réalisées, sur un pas de temps, avec le code HYDRES dans trois conditions de fonctionnement différentes (tableau 8.4).

TABLEAU 8.4 – Conditions de fonctionnement des simulations numériques réalisées pour montrer l'apport de la combustion

Référence	Diamètre du canal	Débit d'oxydant	Pression chambre	Température de flamme
Simulation 1	27 mm	$600 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$	5.40 MPa	2330 K
Simulation 2	22 mm	$200 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$	1.80 MPa	1770 K
Simulation 3	22 mm	$600 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$	5.35 MPa	1960 K

Des calculs ont ensuite été réalisés en écoulement non réactif (configuration plane) avec, comme conditions d'entrée, la pression dans la chambre de combustion et la température de flamme obtenues lors des simulations en combustion. La nature de l'écoulement n'étant pas identique (axisymétrique d'un côté et plane de l'autre), les dimensions du canal en configuration plane (section transversale carrée dans la cas présent) ont été calculées afin de respecter le flux de masse initial d'oxydant.

Comme le montre le tableau 8.5, bien que les résultats ne soient pas identiques, les vitesses de régression moyennes obtenues avec et sans combustion sont du même ordre de grandeurs. Il est alors raisonnable de conclure que la combustion n'est qu'un moyen d'augmenter la température de l'écoulement gazeux permettant une modification des propriétés thermodynamiques de l'écoulement gazeux et du combustible qui induisent une augmentation de la vitesse de régression du bloc solide. Ce résultat est couramment utilisé lors de l'étude de l'évaporation des gouttes soumises à un flux thermique provenant d'une réaction de combustion.

Cette conclusion est toutefois à nuancer dans la mesure où l'ensemble des modèles se sont pas encore intégrés dans le code HYDRES (notamment les transferts radiatifs) et les grandeurs pariétales sont principalement calculées par l'intermédiaire d'analogies et ne sont pas issues des équations de Navier-Stokes. Ces deux remarques pourraient également expliquer l'écart entre les vitesses de régression obtenues avec et sans combustion.

TABLEAU 8.5 – Vitesses de régression moyennes obtenues lors des simulations avec et sans combustion

Référence	Avec combustion	Sans combustion
Simulation 1	$9.2 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$	$11.1 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$
Simulation 2	$5.5 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$	$5.1 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$
Simulation 3	$13.7 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$	$14.1 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$

8.5 Retour sur l'augmentation de la vitesse de régression par atomisation du film liquide

Comme présenté au début de ce mémoire (chapitre 2), l'augmentation de la vitesse de régression des combustibles liquéfiables, selon Karabeyoglu *et al.* [27], est due à l'atomisation du film liquide qui s'ajoute au mécanisme de dégradation purement thermique du combustible. Cependant, cette assertion est à nuancer puisque le débit quittant la partie de film liquide par atomisation et évaporation reste faible devant la quantité de liquide produite par la fusion du combustible solide. En effet, l'équation de conservation de la masse intégrée sur l'épaisseur du film liquide dans le cas d'un écoulement plan s'écrit :

$$\frac{d\rho_l \bar{u}_l h_l}{dx} = -\dot{m}_{fus} \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_s}\right) + \dot{m}_{evap} + \dot{m}_{atom} \quad (8.2)$$

La paraffine utilisée dans le cadre de cette thèse étant très peu volatile, le flux de masse vaporisé est voisin de zéro ($\sim 10^{-6}$) si bien que, pour cette démonstration, il est considéré comme nul. Dans ce cas, le flux de masse atomisé s'exprime par la relation :

$$\dot{m}_{atom} = E \left(\frac{h_l}{l} \rho_l \bar{u}_l - \dot{m}_{fus} \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_s}\right) \right) \quad (8.3)$$

L'équation de conservation de la masse se met alors sous la forme suivante :

$$\frac{d\rho_l \bar{u}_l h_l}{dx} = -\dot{m}_{fus} \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_s}\right) (1 - |E|) - \frac{h_l}{l} |E| \rho_l \bar{u}_l \quad (8.4)$$

La fraction atomisée E étant d'environ 20 % pour l'application traitée, l'équation précédente montre que globalement environ 80 % du liquide produit par la fusion du combustible solide est transporté par le film liquide et n'est donc pas atomisé ou évaporé.

Toutefois, l'épaisseur du film liquide étant mince ($h_l \sim 10^{-5}$ m), lorsque ce film est advecté dans la post-chambre du moteur hybride, celui-ci est atomisé en très fines gouttelettes grâce aux contraintes de cisaillement de part et d'autre de ce dernier et s'évapore presque instantanément compte tenu de leur taille ($\sim 10^{-6}$ m) et de la température dans la chambre, participant ainsi à la réaction de combustion.

Bien qu'il semblerait se produire dans la post-chambre de combustion et non à l'interface liquide-gaz, le processus d'atomisation reste quand même au cœur de l'augmentation de la vitesse de régression des combustibles liquéfiables. Une étude particulière de l'écoulement dans la post-chambre serait toutefois nécessaire pour confirmer ce résultat.

Cinquième partie

Conclusion

Chapitre 9

Conclusion et perspectives

Sommaire

9.1	Modélisation de la régression des combustibles liquéfi- ables	153
9.2	Validation des modèles de régression et du code Hydres	154
9.3	Perspectives	155

Ce travail de thèse a été consacré à la modélisation de la régression des combustibles liquéfi-
ables, combustibles offrant des niveaux de dégradation élevés sans toutefois altérer les avantages
propres à la propulsion hybride. Pour répondre à cette problématique, deux grands axes ont
été développés. Le premier concerne la modélisation du processus de régression proprement dite
qui a mené au développement d'un code de calcul monodimensionnel tandis que le second est
consacré à la réalisation et à l'analyse d'essais destinés à valider cet outil numérique.

Une synthèse des différents travaux développés dans le cadre de ces deux axes ainsi que des
perspectives pour les études à venir sont présentées dans la suite de ce chapitre.

9.1 Modélisation de la régression des combustibles liquéfi- ables

La première partie de ce mémoire de thèse a été consacré à la modélisation de la régression
des combustibles liquéfi-ables. Son objectif n'étant pas de modéliser très finement les phénomènes
physiques intervenant dans le processus de dégradation mais de prévoir les vitesses de régression
de ces combustibles et les performances propulsives théoriques du propulseur, le coût temporel
d'un calcul doit être minimal. Par conséquent, le choix de la modélisation s'est porté sur une
description monodimensionnelle des phénomènes physiques rencontrés dans la chambre de com-
bustion d'un moteur hybride. Toutefois, les mécanismes mis en jeu dans le processus de régression
tels que les transferts de masse et d'énergie entre les phases solide, liquide et gazeuse, l'atomi-
sation du film liquide ou encore la présence d'une réaction de combustion au sein de la couche
limite étant complexes à représenter, cette modélisation a été découpée en deux étapes.

La première étape traite d'un écoulement plan en l'absence de combustion. Le processus
de dégradation n'est alors dû qu'au couplage entre les mécanismes thermiques (fusion du com-
bustible solide et évaporation du film liquide) et dynamique (atomisation du film liquide). Pour
représenter ce cas particulier, les équations de Navier-Stokes ont d'abord été intégrées sur la
zone de fluide parfait, région à l'extérieur de la couche limite. Connaissant alors les grandeurs
thermodynamiques dans cette partie de l'écoulement gazeux, les flux pariétaux ont ensuite été
déterminés par l'intermédiaire de l'analogie de Chilton-Colburn. Le film liquide est représenté
par un modèle dit à "une équation" dans lequel seule l'équation intégrale de conservation de la

masse est résolue. Cette équation différentielle, traduisant l'équilibre entre le transport du film liquide et les flux de masse liés à la fusion du combustible solide et à l'évaporation et à l'atomisation du film liquide, porte alors sur la hauteur du film liquide. Les grandeurs thermodynamiques intervenant dans cette équation sont directement reliées à cette inconnue par l'intermédiaire des équations de Navier-Stokes et le flux de masse associé à l'atomisation est déterminé grâce à une corrélation empirique.

La seconde étape de la modélisation considère un écoulement axisymétrique en présence d'une réaction chimique, cas représentatif de l'écoulement dans un moteur hybride. Les étapes du développement sont identiques à celles présentées ci-dessus mais, dans ce cas, une flamme de diffusion est supposée se développer au sein de la couche limite. La réaction chimique, supposée infiniment rapide, est alors représentée par le modèle théorique de Schvab-Zel'dovich qui considère la combustion comme une discontinuité et pour lequel la flamme de diffusion est située à la stoechiométrie.

La résolution des équations établies dans ces deux conditions d'écoulement a nécessité le développement d'un code de calcul monodimensionnel nommé HYDRES. Ce dernier détermine la vitesse de régression, les grandeurs thermodynamiques dans la chambre de combustion et les performances propulsives du moteur en se basant uniquement sur les propriétés thermophysiques de l'oxydant, du combustible et des produits de combustion, sur les données d'équilibre thermodynamiques et sur les dimensions géométriques du bloc solide et de la tuyère. Contrairement aux outils numériques utilisés pour les combustibles classiques, aucune propriété intrinsèque du couple oxydant/combustible n'est utilisée dans le code HYDRES.

9.2 Validation des modèles de régression et du code Hydres

En raison du fort couplage des phénomènes physiques impliqués dans le processus de dégradation des combustibles liquéfiables, aucun cas académique n'a été trouvé pour valider les modèles de régression. Des campagnes expérimentales ont donc été mises au point pour valider ces modèles.

La première s'est déroulée sur le banc HYCARRE destiné à caractériser la vitesse de régression de combustibles soumis à un écoulement plan et non réactif. La vitesse de dégradation est quantifiée par l'intermédiaire d'un capteur à ultrasons, moyen de mesure utilisé depuis de nombreuses années à l'ONERA sur les moteurs à propergol solide. Le traitement des mesures ultrasonores a été adapté durant ce doctorat pour être appliqué à des mesures en propulsion hybride. La comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques dans trois configurations différentes d'écoulement a alors permis de valider le fonctionnement du code HYDRES et le modèle développé dans le cas d'un écoulement plan et non réactif. Cette validation se base sur l'adaptation des paramètres de la loi empirique utilisée pour caractériser le flux de masse atomisé par rapport à l'essai de référence, ces paramètres étant maintenus pour les deux autres configurations. Cette confrontation a également permis de mettre en évidence les limites du modèle lorsque le flux de masse de l'écoulement gazeux devient faible ($\leq 150 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$).

La validation du modèle établi dans le cas d'un écoulement axisymétrique en présence de combustion a été rendue possible grâce aux essais réalisés sur moteur hybride. L'ONERA ne disposant pas d'un propulseur suffisamment instrumenté pour permettre une validation complète du modèle, un nouveau banc d'essais a été entièrement développé pour répondre aux besoins de ce doctorat. Ce moyen d'essais, appelé HYCOM, a été équipé de capteurs ultrasonores permettant d'obtenir la vitesse de régression à l'avant et à l'arrière du bloc de paraffine et d'un débitmètre mesurant le débit instantané de l'oxydant utilisé (protoxyde d'azote). La confrontation entre les résultats expérimentaux et numériques dans trois conditions de fonctionnement différentes a permis, d'une part, de valider le modèle correspondant à l'écoulement rencontré dans un moteur hybride et, d'autre part, de montrer à nouveau les limites du modèle lorsque le flux massique

d'oxydant devient faible. En effet, les essais réalisés ont mis en évidence l'existence d'une valeur limite minimale de la vitesse de régression, phénomène qui serait lié au rayonnement et, par conséquent, non pris en compte dans le modèle de régression développé. L'éventail de mesures réalisé sur ce banc d'essai a, en outre, permis de déterminer la loi de vitesse du couple N_2O /paraffine pour chaque essai, ce qui n'est pas réalisable en utilisant les méthodes classiques d'analyse (sans capteurs ultrasonores).

L'influence de paramètres particuliers a finalement été démontrée en utilisant le code HYDRES. Il s'est avéré que la variation du flux massique initial, en modifiant le débit initial d'oxydant et le diamètre de la chambre de combustion, n'avait aucune influence sur la loi de vitesse du couple oxydant/combustible utilisé. Les simulations réalisées ont également permis de vérifier la faible influence de la pression dans la chambre de combustion sur la vitesse de régression, paramètre pouvant alors être considéré comme du second ordre. L'influence de la nature de l'oxydant a été montrée en réalisant une simulation avec le couple H_2O_2 /paraffine. Cette simulation a alors permis de faire une prévision d'un tir en utilisant ce couple d'ergols.

9.3 Perspectives

Bien que les simulations numériques aient correctement restitué les essais réalisés à la fois sur les bancs HYCARRE et HYCOM pour des conditions de fonctionnement pertinentes d'un environnement hybride, les modèles de régression développés peuvent être améliorés. La prise en compte des transferts radiatifs et la dégradation non uniforme du combustible permettant de mieux simuler l'évolution longitudinale de la vitesse de régression seraient les deux améliorations les plus significatives. Pour cette dernière suggestion, un travail important serait à réaliser au niveau du bord d'attaque du bloc de combustible puisque la nullité de l'épaisseur de la couche limite et de la distance entre le flamme et l'interface liquide-gaz induisent un flux thermique très important en ce point particulier conduisant à des vitesses de régression trop élevées.

Il serait également intéressant de mesurer des grandeurs caractéristiques des phases fluides telles que l'épaisseur du film liquide ou le débit atomisé. Ainsi, les modèles ne seraient plus seulement validés par l'intermédiaire de grandeurs liées à la phase solide mais également par des variables particulières au film liquide et à l'interaction entre ce dernier et l'écoulement gazeux. La quantification du débit atomisé permettrait en outre une meilleure adaptation de la loi empirique utilisée, voire de développer une loi spécifique au couple oxydant/combustible choisi. De telles mesures pourraient, par exemple, être réalisées sur un moyen d'essais analogue au banc HYCARRE mais en combustion afin d'avoir une ambiance thermique et dynamique similaire à celle rencontrée dans un moteur hybride, les hublots latéraux permettant de visualiser le processus de dégradation. Toutefois, un travail préliminaire serait indispensable afin de déterminer une technique de mesure basée sur la visualisation et adaptée à ces conditions de fonctionnement particulières (dépôt de suies et de fumée, ruissellement d'eau, ...). La strioscopie focalisée développée par l'ONERA pour la caractérisation de la combustion de l'aluminium dans les propergols solides pourrait être prometteuse.

Il serait également intéressant de réaliser l'essai avec le couple H_2O_2 /paraffine correspondant à la simulation réalisée et de confirmer expérimentalement la faible influence de la pression sur la loi de vitesse. Pour cette dernière suggestion, il suffirait de réaliser des essais complémentaires sur le banc HYCOM en modifiant uniquement le diamètre du col de tuyère.

Enfin, au même titre que les paramètres de fonctionnement ou l'oxydant, un paramétrage sur les propriétés thermophysiques du combustible permettrait de voir leur influence respective sur la vitesse de régression et ainsi, pourrait conduire au développement d'un combustible fournissant de meilleures performances propulsives que celles obtenues actuellement.

Sixième partie

Annexes et Bibliographie

Annexe A

Équations pour la modélisation d'un écoulement axisymétrique et réactif

Sommaire

A.1 Équations de l'écoulement non visqueux	159
A.1.1 Équation de conservation de la masse	159
A.1.2 Équation de conservation de la quantité de mouvement	160
A.1.3 Équation de conservation de l'énergie	160
A.1.4 Équation de conservation des espèces	160
A.1.5 Modèles de fermeture	160
A.1.6 Expressions des paramètres	162
A.1.7 Synthèse	163
A.2 Équations dans le film liquide	164

Cette annexe présente les équations utilisées pour modéliser les zones de fluide parfait et liquide dans le cas d'un écoulement axisymétrique réactif. Les hypothèses énoncées au chapitre 4 restent donc valables.

Les équations présentées ici sont identiques à celles utilisées pour la modélisation d'un écoulement plan en l'absence de combustion (chapitre 3). Seul le repère change afin de prendre en considération la caractère axisymétrique de l'écoulement. La méthodologie de résolution restant identique et les analyses des ordres de grandeurs réalisées dans la chapitre 3 inchangées, seul les résultats sont présentés ci-dessous.

A.1 Équations de l'écoulement non visqueux

A.1.1 Équation de conservation de la masse

Pour un écoulement axisymétrique, l'équation de conservation de la masse s'écrit :

$$\frac{\partial \rho_g u_g}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho_g v_g r}{\partial r} = 0 \quad (\text{A.1})$$

qui se ré-écrit, puisque r est indépendant de la position longitudinale (r est la coordonnée radiale) :

$$\frac{\partial \rho_g u_g r}{\partial x} + \frac{\partial \rho_g v_g r}{\partial r} = 0$$

À l'aide de la formule de Leibnitz (3.57), l'intégration de cette relation sur la hauteur de la zone de fluide parfait donne alors :

$$\frac{1}{2}\rho_e (r_{lg} - \delta)^2 \frac{du_e}{dx} + \frac{1}{2}u_e (r_{lg} - \delta)^2 \frac{d\rho_e}{dx} + (\rho_g v_g r)_{y_{lg}-\delta} = 0$$

A.1.2 Équation de conservation de la quantité de mouvement

L'analyse des ordres de grandeur sur la composante radiale de l'équation de conservation de la quantité de mouvement montre l'indépendance de la pression par rapport à la position radiale :

$$\frac{\partial P_g}{\partial r} = 0 \quad (\text{A.2})$$

Concernant la composante transversale, celle-ci devient, une fois simplifiée :

$$\frac{\partial \rho_g u_g^2 r}{\partial x} + \frac{\partial \rho_g u_g v_g r}{\partial r} = -r \frac{dP_g}{dx} + \frac{\partial r \tau_g}{\partial r} \quad (\text{A.3})$$

L'intégration de cette équation en utilisant l'équation de conservation de la masse s'écrit alors :

$$\rho_e u_e \frac{du_e}{dx} + \frac{dP_g}{dx} = 0 \quad (\text{A.4})$$

A.1.3 Équation de conservation de l'énergie

Le flux de chaleur lié au rayonnement étant négligé et puisque aucune réaction chimique ne se produit dans cette région de l'écoulement, l'équation de l'énergie simplifiée s'écrit :

$$\frac{\partial \rho_g u_g \eta_{t,g} r}{\partial x} + \frac{\partial \rho_g v_g \eta_{t,g} r}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_g r \frac{\partial T_g}{\partial r} + \mu_g u_g r \frac{\partial u_g}{\partial r} \right) \quad (\text{A.5})$$

De façon analogue à celle utilisée pour le traitement de cette équation dans le cas plan, l'intégration de la relation précédente sur la hauteur du fluide parfait montre la conservation de l'enthalpie totale dans cette région de l'écoulement :

$$\frac{d\eta_{t,e}}{dx} = 0 \quad (\text{A.6})$$

A.1.4 Équation de conservation des espèces

De même, puisqu'aucune réaction chimique ne se produit dans l'écoulement non visqueux, l'intégration de l'équation de conservation des espèces montre que celles-ci sont conservatives dans cette partie de l'écoulement :

$$\frac{dY_e^i}{dx} = 0 \quad (\text{A.7})$$

A.1.5 Modèles de fermeture

Les $N_{esp} + 4$ équations de Navier-Stokes ont précédemment été écrites dans la zone de fluide parfait. Toutefois, le système formé est composé de $N_{esp} + 7$ inconnues. Trois relations de fermeture doivent donc être ajoutées afin de résoudre ce système.

A.1.5.1 Équation d'état dans la zone de fluide parfait

L'écoulement non visqueux étant considéré comme un mélange de gaz parfait, la relation d'état des gaz parfait peut alors être utilisée :

$$P_g = \rho_e \left(\sum_{i=1}^{Nesp} Y_e^i r^i \right) T_e \quad (\text{A.8})$$

La dérivée logarithmique de cette expression donne alors :

$$\frac{dP_g}{P_g} = \frac{d\rho_e}{\rho_e} + \sum_{i=1}^{Nesp} r^i \frac{dY_e^i}{Y_e^i} + \frac{dT_e}{T_e} \quad (\text{A.9})$$

A.1.5.2 Bilan de masse dans la couche limite

L'intégration du bilan de masse sur l'épaisseur de la couche limite se met sous la forme :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left(\int_{r_{lg}-\delta}^{r_{lg}} \rho_g u_g r \cdot dr \right) \cdot dx - (\rho_g u_g r)_{lg} \frac{dr_{lg}}{dx} + \rho_e u_e (r_{lg} - \delta) \frac{d(r_{lg} - \delta)}{dx} \\ + (\rho_g v_g r)_{lg} - (\rho_g v_g r)_{r_{lg}-\delta} = -r_{lg} \dot{m}_{atom} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Pour une écoulement axisymétrique, l'épaisseur intégrale de déplacement peut se définir comme suit :

$$\int_{r_{lg}-\delta}^{r_{rg}} \rho_g (u_g - u_{g,lg}) r \cdot dr = \int_{r_{lg}-\delta}^{r_{lg}-\delta^*} \rho_e (u_e - u_{g,lg}) r \cdot dr \quad (\text{A.11})$$

La combinaison de ces deux équations donne alors, en supposant la vitesse de l'interface liquide-gaz négligeable devant la vitesse de l'écoulement extérieur :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \rho_e \left((r_{lg} - \delta^*)^2 - (r_{lg} - \delta)^2 \right) \frac{du_e}{dx} + \frac{1}{2} u_e \left((r_{lg} - \delta^*)^2 - (r_{lg} - \delta)^2 \right) \frac{d\rho_e}{dx} \\ - \rho_e u_e (r_{lg} - \delta^*) \frac{d\delta^*}{dx} - (\rho_g v_g r)_{y_{lg}-\delta} \\ = -r_{lg} (\dot{m}_{evap} + \dot{m}_{atom}) - \rho_e u_e (r_{lg} - \delta^*) \frac{dr_{lg}}{dx} \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

A.1.5.3 Bilan de quantité de mouvement dans la couche limite

De la même façon, le bilan de quantité de mouvement intégré sur l'épaisseur de la couche limite s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left(\int_{r_{lg}-\delta}^{r_{lg}} \rho_g u_g^2 \cdot dr \right) \cdot dx - (\rho_g u_g^2 r)_{lg} \frac{dr_{lg}}{dx} + \rho_e u_e^2 (r_{lg} - \delta) \frac{d(r_{lg} - \delta)}{dx} \\ + (\rho_g u_g v_g r)_{lg} - (\rho_g u_g v_g r)_{r_{lg}-\delta} \\ = -\frac{1}{2} \delta (2r_{lg} - \delta) \frac{dP_g}{dx} + r_{lg} \tau_{g,lg} - u_{lg} r_{lg} \dot{m}_{atom} \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

En utilisant le le bilan de masse intégré sur l'épaisseur de la couche limite, l'équation précédente devient :

$$\begin{aligned}
 & \rho_e u_e \left[\frac{1}{2} (r_{lg} - \delta^*)^2 - \frac{1}{2} (r_{lg} - \delta)^2 - (2r_{lg} - \delta^*) \theta - \theta^2 \right] \frac{du_e}{dx} \\
 & + \frac{1}{2} u_e^2 \theta [\theta - 2(r_{lg} - \delta^*)] \frac{d\rho_e}{dx} + \rho_e u_e^2 \theta \frac{d\delta^*}{dx} \\
 & - \rho_e u_e^2 (r_{lg} - \delta^* - \theta) \frac{d\theta}{dx} + \frac{1}{2} \delta (2r_{lg} - \delta) \frac{dP_g}{dx} \\
 & = u_e r_{lg} (\dot{m}_{evap} + \dot{m}_{atom}) + r_{lg} \tau_{g,lg} + \rho_e u_e^2 \theta \frac{dr_{lg}}{dx}
 \end{aligned} \tag{A.14}$$

Pour établir cette relation, l'épaisseur intégrale de quantité de mouvement pour un écoulement axisymétrique a été définie par :

$$\int_{r_{lg}-\delta}^{r_{lg}} \rho_g (u_g - u_{g,lg})^2 r \cdot dr = \int_{r_{lg}-\delta}^{r_{lg}-\delta^*-\theta} \rho_e (u_e - u_{g,lg})^2 r \cdot dr \tag{A.15}$$

A.1.6 Expressions des paramètres

Trois modèles de fermeture viennent d'être ajoutés aux équations de Navier-Stokes. Pourtant, le degré de liberté du problème reste inchangé puisque ces relations font intervenir trois inconnues supplémentaires. Les expressions de trois paramètres doivent donc être utilisées pour fermer le système d'équations formé.

A.1.6.1 Expression de l'enthalpie

Par définition, l'enthalpie totale s'exprime par :

$$\eta_t = \sum_{i=1}^{N_{esp}} Y^i \left(\eta_f^{oi} + \int_{T^o}^T c_p^i(\alpha) d\alpha \right) + \frac{1}{2} (u^2 + v^2) \tag{A.16}$$

La dérivation de cette expression donne, dans la zone de fluide parfait :

$$\frac{d\eta_{te}}{dx} = \sum_{i=1}^{N_{esp}} \eta_g^i \frac{dY_e^i}{dx} + c_{p,g}(T_e) \frac{dT_e}{dx} + u_e \frac{du_e}{dx} \tag{A.17}$$

A.1.6.2 Expression des facteurs de forme

Contrairement au cas plan, la valeur des facteur de formes F_{δ^*} et F_θ est plus complexe à déterminer. En utilisant les épaisseurs intégrale définies par les relations (A.11) et (A.15), les deux facteurs de forme ont pour expression :

$$\frac{\delta}{2r_{lg}} F_{\delta^*}^2 - F_{\delta^*} + \left(1 - \frac{\delta}{2r_{lg}} - I_1 \right) = 0 \tag{A.18}$$

$$\frac{\delta}{2r_{lg}} (F_{\delta^*} - F_\theta)^2 - (F_{\delta^*} - F_\theta) + \left(1 - \frac{\delta}{2r_{lg}} - I_2 \right) = 0 \tag{A.19}$$

avec :

$$I_1 = \frac{1}{r_{lg}\delta} \int_{r_{lg}-\delta}^{r_{lg}} \frac{\rho}{\rho_e} \frac{u - u_{lg}}{u_e - u_{lg}} r \cdot dr \tag{A.20}$$

$$I_2 = \frac{1}{r_{lg}\delta} \int_{r_{lg}-\delta}^{r_{lg}} \frac{\rho}{\rho_e} \left(\frac{u - u_{lg}}{u_e - u_{lg}} \right)^2 r \cdot dr \tag{A.21}$$

Puisque les facteurs de formes doivent être compris entre 0 et 1, la résolution des équations du second degré donne :

$$F_{\delta^*} = \frac{r_{lg}}{\delta} \left[1 - \sqrt{\left(1 - \frac{\delta}{r_{lg}}\right)^2 + \frac{2\delta I_1}{r_{lg}}} \right] \quad (\text{A.22})$$

$$F_{\theta} = \frac{r_{lg}}{\delta} \left[\sqrt{\left(1 - \frac{\delta}{r_{lg}}\right)^2 + \frac{2\delta I_1}{r_{lg}}} - \sqrt{\left(1 - \frac{\delta}{r_{lg}}\right)^2 + \frac{2\delta I_2}{r_{lg}}} \right] \quad (\text{A.23})$$

Les intégrales apparaissant dans l'expression de ces facteurs sont déterminées par la connaissance du profil de vitesse dans la couche limite (équation (4.33)) et valent :

$$I_1 = \frac{\bar{\rho}^{cl} (n+2) - \frac{\delta}{r_{lg}} (n+1)}{\rho_e (n+2) (n+1)} \quad (\text{A.24})$$

$$I_2 = \frac{\bar{\rho}^{cl} (2n+2) - \frac{\delta}{r_{lg}} (2n+1)}{\rho_e (2n+2) (2n+1)} \quad (\text{A.25})$$

A.1.7 Synthèse

Avec l'ajout de ces six relations supplémentaires, le système formé par les équations de Navier-Stokes est fermé. En le simplifiant et en le mettant la forme matricielle $A \cdot X' = B$, celui-ci devient :

$$A = \begin{bmatrix} \rho_e (r_{lg} - \delta F_{\delta^*})^2 & u_e (r_{lg} - \delta F_{\delta^*})^2 & -\rho_e u_e (r_{lg} - \delta F_{\delta^*}) F_{\delta^*} & 0 & 0 \\ c_u & c_p & c_\delta & 0 & \frac{1}{2}\delta (2r_{lg} - \delta) \\ \rho_e u_e & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{\rho_e} & 0 & \frac{1}{T_e} & \frac{-1}{P_g} \\ u_e & 0 & 0 & c_{p,g}(T_e) & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.26})$$

$$X' = \begin{bmatrix} \frac{du_e}{dx} \\ \frac{d\rho_e}{dx} \\ \frac{dc_u}{dx} \\ \frac{dc_p}{dx} \\ \frac{dT_e}{dx} \\ \frac{dP_g}{dx} \end{bmatrix} \quad (\text{A.27})$$

$$B = \begin{bmatrix} -r_{lg} (\dot{m}_{evap} + \dot{m}_{atom}) - \rho_e u_e (r_{lg} - \delta F_{\delta^*}) \frac{dr_{lg}}{dx} \\ u_e r_{lg} (\dot{m}_{evap} + \dot{m}_{atom}) + r_{lg} \tau_{g,lg} + \rho_e u_e^2 \delta \frac{dr_{lg}}{dx} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.28})$$

avec :

$$c_u = \rho_e u_e \left(\frac{1}{2} (r_{lg} - \delta F_{\delta^*})^2 - \frac{1}{2} (r_{lg} - \delta)^2 - (2r_{lg} - \delta F_{\delta^*}) \delta F_{\theta} + F_{\theta}^2 \delta^2 \right) \quad (\text{A.29})$$

$$c_p = \frac{1}{2} u_e^2 \delta F_{\theta} (\delta F_{\theta} - 2 (r_{lg} - \delta F_{\delta^*})) \quad (\text{A.30})$$

$$c_\delta = -\rho_e u_e^2 F_{\theta} (r_{lg} - 2\delta F_{\delta^*} - \delta F_{\theta}) \quad (\text{A.31})$$

À ce système d'équation, il ne faut pas oublié d'ajouter les équations de conservation de l'énergie et des espèces.

A.2 Équations dans le film liquide

De façon analogue à celle utilisée dans la cas d'un écoulement plan, seule l'équation de conservation de la masse intégrée sur l'épaisseur du film liquide est résolue (principe du modèle à "une équation"). Les termes apparaissant dans cette équation différentielle sont exprimés analytiquement en fonction de la hauteur de la phase liquide qui demeure ainsi la seule inconnue du problème de l'équation.

Les équations à écrire dans la phase liquide expriment donc la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. En coordonnées cylindriques et compte tenue des hypothèses et des analyses d'ordres de grandeurs, celles-ci s'expriment respectivement par :

$$\frac{\partial \rho_l u_l r}{\partial x} + \frac{\partial \rho_l v_l r}{\partial r} = 0 \quad (\text{A.32})$$

$$0 = \frac{d}{dr} \left(\mu_l r \frac{du_l}{dr} \right) - \frac{dP}{dx} + \rho_l g_x \quad (\text{A.33})$$

$$\frac{\partial \rho_l u_l \eta_l r}{\partial x} + \frac{\partial \rho_l v_l \eta_l r}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_l r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (\text{A.34})$$

L'équation intégrale de conservation de la masse est alors donnée par la relations suivante :

$$\frac{d \rho_l \bar{u}_l h_l r_m}{dx} = -r_{sl} \dot{m}_{fus} \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_s} \right) + r_{lg} \dot{m}_{evap} + r_{lg} \dot{m}_{atom} \quad (\text{A.35})$$

avec $r_m = \frac{1}{2} (r_{sl} + r_{lg})$ le rayon moyen de la phase liquide.

La vitesse moyenne de la phase liquide ainsi que le flux de masse lié à la fusion sont calculés par l'intermédiaire des équations (A.33) et (A.34) et valent respectivement :

$$\bar{u}_l = \frac{1}{12\mu_l} \left((r_{lg} + 2r_{sl}) \Gamma + \frac{6r_{lg} [(r_{lg} - r_{sl}) - r_{lg} (\ln(r_{lg}) - \ln(r_{sl}))]}{h_l} (r_{lg} \Gamma - 2\tau_{g,lg}) \right) \quad (\text{A.36})$$

avec $\Gamma = -\frac{dP}{dx} - \rho_l g_x$.

$$\begin{aligned} \rho_l \bar{u}_l c_{p,l} r_m \frac{dh_l \bar{T}_l}{dx} - \rho_l c_{p,l} \bar{u}_l \bar{T}_l r_m \frac{dh_l}{dx} &= -\lambda_g r_{lg} \frac{\partial T_g}{\partial y} \Big|_{lg} \\ + r_{sl} \dot{m}_{fus} \left[L_{fus} + c_{p,s} (T_{sl} - T_{amb}) + \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_s} \right) c_{p,l} (\bar{T}_l - T_{sl}) \right] \\ + r_{lg} \dot{m}_{evap} \left[L_{vap} + c_{p,l} (T_{lg} - \bar{T}_l) \right] + r_{lg} \dot{m}_{evap} c_{p,l} (T_{lg} - \bar{T}_l) \end{aligned} \quad (\text{A.37})$$

Annexe B

Fonctions mathématiques utilisées pour représenter les données thermophysiques

Sommaire

B.1	Loi d'Andrade modifiée	165
B.2	Loi d'Antoine	166
B.3	Fonction constante	166
B.4	Fonction Daubert 102	166
B.5	Fonction Daubert 107	166
B.6	Fonction "points"	166
B.7	Fonction polynomiale	167

Les systèmes établis pour modéliser le processus de régression des combustibles liquéfiables font intervenir différentes fonctions thermophysiques regroupée dans le tableau 5.1. La valeur de ces fonctions pouvant dépendre très fortement de la température à laquelle elles sont calculées, il est important d'en tenir compte afin de minimiser les erreurs sur les calculs de vitesses de régression. Les fonctions thermophysiques sont alors représentées par l'intermédiaire de différentes fonctions mathématiques présentées ci-dessous.

Il est à noter que l'effet de la pression sur les fonctions thermophysiques est négligée.

B.1 Loi d'Andrade modifiée

La loi d'Andrade est utilisée pour déterminer l'évolution de la viscosité dynamique en fonction de la température :

$$\mu(T) = A \exp\left(\frac{B}{T}\right) \quad (\text{B.1})$$

avec A et B deux constantes dépendantes de l'espèce chimique.

Afin d'obtenir une meilleure interpolation des données, la cette loi a été modifiée et s'exprime alors par :

$$\mu(T) = \exp\left(\sum_i \frac{a_i}{T^i}\right) \quad (\text{B.2})$$

avec a_i des coefficients dépendants de l'espèce chimique.

B.2 Loi d'Antoine

La loi d'Antoine permet d'obtenir la pression de vapeur saturante en fonction de la température, les coefficients de cette équation n'étant valables que pour un intervalle température :

$$\log (P_{sat}) = A - \frac{B}{T - C} \quad (\text{B.3})$$

avec A , B et C des constantes dépendantes de l'espèce chimique.

B.3 Fonction constante

De nombreuses propriétés thermophysiques comme l'enthalpie de formation ou la chaleur latente de fusion sont indépendante de la température. Elles sont alors représenté par une fonction constante prenant la valeur de la fonction.

B.4 Fonction Daubert 102

Cette fonction est issue de l'ouvrage de Daubert et Danner [11] et permet de calculer la conductivité thermique et la viscosité dynamique des espèces gazeuses. Cette fonction, dépendant de la température, est donnée par l'expression :

$$f(T) = \frac{AT^B}{1 + \frac{C}{T} + \frac{D}{T^2}} \quad (\text{B.4})$$

avec A , B , C et D des constantes dépendantes de l'espèce chimique.

B.5 Fonction Daubert 107

Cette fonction, issue de l'ouvrage de Daubert et Danner [11], est utilisés pour calculer la capacité calorifique des espèces gazeuses. Celle-ci est alors exprimée en fonction de la température par l'équation :

$$c_{p,g}(T) = \mathcal{M} \left[A + B \left(\frac{\frac{C}{T}}{\sinh\left(\frac{C}{T}\right)} \right)^2 + D \left(\frac{\frac{E}{T}}{\cosh\left(\frac{E}{T}\right)} \right)^2 \right] \quad (\text{B.5})$$

avec A , B , C , D et E des constantes dépendantes de l'espèce chimique.

B.6 Fonction "points"

Cette fonction est basée sur les couples de points $(T_i; f(T_i))$. Pour une température donnée, la valeur de la fonction correspondante est calculée par interpolation linéaire entre deux points consécutifs. Ainsi, pour toute température comprise dans l'intervalle $[T_i; T_{i+1}]$, la valeur de la fonction thermophysique est calculée en utilisant la relation suivante :

$$f(T) = f(T_i) + \frac{f(T_{i+1}) - f(T_i)}{T_{i+1} - T_i} (T - T_i) \quad (\text{B.6})$$

B.7 Fonction polynomiale

Cette fonction est basée sur l'interpolation des fonctions thermophysiques par un polynôme d'ordre n . La fonction interpolée est alors représentée par :

$$f(T) = \sum_{i=0}^n a_i \left(\frac{T}{T_{ref}} \right)^i \quad (\text{B.7})$$

Annexe C

Lois de mélange pour la phase gazeuse

Sommaire

C.1	Capacité calorifique à pression constante	169
C.2	Densité du mélange	169
C.3	Viscosité dynamique du mélange	170
C.4	Conductivité thermique	170

Le calcul des propriétés physiques d'un mélange multicomposants de N_{esp} espèces conduit à choisir des lois de mélange. Pour une même propriété physique, plusieurs lois de mélange sont possibles et le choix qui sera fait peut se révéler très important pour la précision des résultats obtenus. Les lois de mélanges pour la phase gazeuse sont donc présentées ci-dessous.

C.1 Capacité calorifique à pression constante

Pour un mélange gazeux multicomposants dans lequel la capacité calorifique de chaque espèce i est notée $c_{p,g}^i$, la capacité calorifique à pression constante du mélange est donnée par la relation :

$$c_{p,g} = \sum_{i=1}^{N_{esp}} Y_g^i c_{p,g}^i \quad (C.1)$$

C.2 Densité du mélange

La densité d'un mélange gazeux multicomposants dépend linéairement des fractions massiques Y_g^i des espèces du mélange, soit :

$$\rho_g = \sum_{i=1}^{N_{esp}} Y_g^i \rho_g^i \quad (C.2)$$

avec ρ_g^i la densité de l'espèce gazeuse i .

C.3 Viscosité dynamique du mélange

Le calcul des coefficients de transport fait intervenir la viscosité dynamique des espèces. La viscosité dynamique de chaque espèce est calculée suivant une fonction mathématiques décrite en annexe B. La viscosité dynamique du mélange s'exprime alors grâce à la loi de Wilke [73] :

$$\mu_g = \sum_{i=1}^{N_{esp}} \frac{X_g^i}{\omega_g^i} \mu_g^i \quad (C.3)$$

avec :

$$\omega_g^i = \sum_{j=1}^{N_{esp}} X_g^j F_{ij} \quad \text{et} \quad F_{ij} = \frac{\left[1 + \sqrt{\frac{\mu_g^i}{\mu_g^j} \sqrt{\frac{\mathcal{M}^j}{\mathcal{M}^i}}} \right]^2}{\sqrt{8 \left(1 + \frac{\mathcal{M}^i}{\mathcal{M}^j} \right)}} \quad (C.4)$$

où X_g^i et \mathcal{M}^i représentent respectivement la faction molaire et la masse molaire de l'espèce i .

C.4 Conductivité thermique

Concernant la loi de mélange de la conductivité thermique, elle se met sous la forme :

$$\lambda_g = \mu_g \sum_{j=1}^{N_{esp}} Y_g^j \frac{\lambda_g^j}{\mu_g^j} \quad (C.5)$$

dans laquelle λ_g^i et μ_g^i représente respectivement la conductivité thermique et la viscosité dynamique de l'espèce gazeuse i .

Bibliographie

- [1] D. Altman et A. Holzman : Overview and hystory of hybrid rocket propulsion. *Fundamentals of Hybrid Rocket Combustion and Propulsion*, vol. 218 de *Progress in Astronautics and Aeronautics*, chap. 1, pp. 1–36. M. J. Chiaverini and K. K. Kuo, 2007.
- [2] J. Anthoine, Y. Maisonneuve et M. Prevost : The hybrid propulsion to serve space exploration and micro-gravity experiments. *61st International Astronautical Congress*, 2010. IAC-10-C4.6.9.
- [3] J. Anthoine et M. Prevost : Hybrid propulsion : an overview of the onera activities. *4th European Conference for Aero-Space Sciences*, St Petersburg, Russia, July 2011.
- [4] M. Calabro, L. T. De Luca, L. Galfetti, H. Raina et C. Perut : Advanced hybrid solid fuels. *58th International Astronautical Congress*, 2007. IAC-07-C4.2.09.
- [5] H. Carentz : *Étude de la pulvérisation d'une nappe liquide mince*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI), 2000.
- [6] C. Carmicino et A. Russo Sorge : Performance comparison between two different injector configurations in a hybrid rocket. *Aerospace Science and Technology*, 11:61–67, 2007.
- [7] F. Cauty : Non-intrusive measurement techniques applied to the hybrid motor solid fuel degradation. *2nd International Conference on Green Propellants for Space Propulsion*, Chia Laguna, Italy, June 2004.
- [8] A. Chandler, E. Jens, B. J. Cantwell et G. S. Hubbard : Visualization of the liquid layer combustion of paraffin fuel for hybrid rocket applications. *46th Joint Propulsion Conference*, 2012. AIAA Paper 2012-3961.
- [9] G. C. Cheng, R. C. Farmer, H. S. Jones et J. S. Mcfarlane : Numerical simulation of the internal ballistics of a hybrid rocket motor. *32nd Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, 1994. AIAA Paper 94-0554.
- [10] M. Chiaverini : Review of solid-fuel regression rate behavior in classical and non-classical hybrid rocket motors. *Fundamentals of Hybrid Rocket Combustion and Propulsion*, vol. 218 de *Progress in Astronautics and Aeronautics*, chap. 2, pp. 37–126. M. J. Chiaverini and K. K. Kuo, 2007.
- [11] T. E. Daubert et R. P. Danner : *Physical and thermodynamic properties of pure chemicals*. Hemisphere Publishing Corporation, 1989.
- [12] E. Doran, J. Dyer, K. Lohner, Z. Dunn, B Cantwell et G. Zilliac : Nitrous oxide hybrid rocket motor fuel regression rate characterization. *43rd Joint Propulsion Conference*, 2007. AIAA Paper 2007-5352.

- [13] B. Evans, N. A. Favorito, E. Boyer, G. A. Risha, R. B. Wehrman et K. K. Kuo : Characterization of nano-sized energetic particle enhancement of solid-fuel burning rates in an x-ray transparent hybrid rocket engine. *40th Joint Propulsion Conference*, 2004. AIAA Paper 2004-3821.
- [14] B. Evans, G. A. Risha, N. Favorito, E. Boyer, R. B. Wehrman, N. Libis et K. K. Kuo : Instantaneous regression rate determination of a cylindrical x-ray transparent hybrid rocket motor. *39th Joint Propulsion Conference*, 2003. AIAA Paper 2003-4592.
- [15] G. Gariani, F. Maggi et L. Galfetti : Numerical simulation of htpb combustion in a 2d hybrid slab combustor. *Acta Astronautica*, 69:289–296, 2011.
- [16] R. A. Gater et M. R. L'ecuyer : A fundamental investigation of the phenomena that characterize liquid-film cooling. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 13(12):1925–1928, IN3, 1929–1939, 1970.
- [17] P. George, S. Krishnan, P. M. Varkey, M. Ravindran et L. Ramachandran : Fuel regression rate enhancement studies in htpb/gox hybrid rocketmotors. *34th Joint Propulsion Conference*, 1998. AIAA Paper 98-3188.
- [18] J. C. Godon, J. Duterque et G. Lengelle : Erosive burning in solid propellant motors. *27th Joint Propulsion Conference*, 1991. AIAA Paper 91-4434.
- [19] T. Hazuku, T. Takamasa, T. Hibiki et M. Ishii : Interfacial area concentration in annular two-phase flow. *International Journal of Heat and Mass Transfert*, 50(15-16):2986–2995, July 2007.
- [20] J. Hijlkema, G. Casalis et F. Laurendeau : On the development and successful application of a thrust modulation module for the fusex hybrid rocket motor. *4th International Symposium on Propulsion for Space Transportation, Space Propulsion 2012*, Bordeaux, France, May 2012.
- [21] M. Hong : *Atomisation et mélange dans les jets coaxiaux liquide-gaz*. Thèse de doctorat, Institut Nationale Polytechnique de Grenoble, 2003.
- [22] L. P. Hsiang et G. M. Faeth : Near-limit drop deformation and secondary breakup. *International Journal of Multiphase Flow*, 18(5):635–652, 1992.
- [23] G. L. Hubbard, V. E. Denny et A. F. Mills : Droplet evaporation : effects of transients and variable properties. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 18(9):1003–1008, 1975.
- [24] M. Ishii et M. A. Grolmes : Inception criteria for droplet entrainment in two-phase concurrent film flow. *AIChE Journal*, 21(2):308–318, March 1975.
- [25] M. Ishii et K. Mishima : Droplet entrainment correlation in annular two-phase flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 32(10):1835–1846, October 1989.
- [26] M. A. Karabeyoglu, D. Altman et B. J. Cantwell : Combustion of liquefying hybrid propellants : Part 1, general theory. *Journal of Propulsion and Power*, 18(3):610–620, 2002.
- [27] M. A. Karabeyoglu, B. J. Cantwell et D. Altman : Development and testing of paraffin-based hybrid rocket fuels. *37th Joint Propulsion Conference*, 2001. AIAA Paper 2001-4503.

-
- [28] M. A. Karabeyoglu, B. J. Cantwell et G. Zilliac : Development of scalable space-time averaged regression rate expressions for hybrid rockets. *41st Joint Propulsion Conference*, 2005. AIAA Paper 2005-3544.
 - [29] M. A. Karabeyoglu, G. Zilliac, B. J. Cantwell, S. De-zilwa et P. Castelluci : Scale-up tests of high regression rate liquefying hybrid rocket fuels. *41st AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, 2003. AIAA Paper 2003-6475.
 - [30] M. A. Karabeyoglu, S. De Zilwa, B. Cantwell et G. Zillia : Modeling of hybrid rocket low frequency instabilities. *Journal of Propulsion and Power*, 21(6):1107–1116, 2005.
 - [31] W. Knuth, M. Chiaverini et D. Gramer : Solid-fuel regression rate behavior of vortex hybrid rocket engine. *Journal of Propulsion and Power*, 18(3):600–609, 2002.
 - [32] W. Knuth, M. Chiaverini, D. Gramer et J. A. Sauer : Development and testing of a vortex-driven, high-regression rate hybrid rocket engine. *34th Joint Propulsion Conference*, 1998. AIAA Paper 98-3507.
 - [33] W. Knuth, M. Chiaverini, D. Gramer et J. A. Sauer : Experimental investigation of a vortex-driven high-regression rate hybrid rocket engine. *34th Joint Propulsion Conference*, 1998. AIAA Paper 98-3348.
 - [34] N. I. Kolev : *Multiphase Flow Dynamics 2*. Springer, Berlin, 3rd ed., 2007. ISBN : 978-3-540-69834-0.
 - [35] P. Kuentzmann et H. J. Sternfeld : What future for hybrid rocket propulsion? *Symposium on Launcher Propulsion Towards the Year 2010*, pp. 159–168, Bordeaux, France, June 1991.
 - [36] K. K. Kuo : *Principles of combustion*. Wiley-Interscience Publication, 1986.
 - [37] K. K. Kuo et M. Chiaverini : Hybrid rocket propulsion in 21st century. *Fundamentals of Hybrid Rocket Combustion and Propulsion*, vol. 218 de *Progress in Astronautics and Aeronautics*, chap. 15, pp. 593–638. M. J. Chiaverini and K. K. Kuo, 2007.
 - [38] M. Lalo : *Atomisation d'un film liquide mince par action combinée des instabilités de Kelvin-Helmholtz et de Faraday. Application aux injecteurs aérodynamiques des turbomachines aéronautiques*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, 2006.
 - [39] A. Lazarev et A. Gany : Experimental investigation of paraffin-fueled hybrid combustion. *3rd European Combustion Meeting*, 2007.
 - [40] C. Lee, Y. Na, J. W. Lee et Y. H. Byun : Effect of induced swirl flow on regression rate of hybrid rocket fuel by helical grain configuration. *Aerospace Science and Technology*, 11(1):68–76, 2007.
 - [41] G. Lengelle, B. Fourest, J. C. Godon et C. Guin : Condensed phase behavior and ablation rate of fuels for hybrid propulsion. *29th Joint Propulsion Conference*, 1993. AIAA Paper 93-2413.
 - [42] F. Maggi, G. Gariani, L. Galfetti et L. T. DeLuca : Theoretical analysis of hydrides in solid and hybrid rocket propulsion. *International Journal of Hydrogen Energy*, 37(2):1760–1769, 2012.
-

- [43] Y. Maisonneuve, J. C. Godon, R. Lecourt, G. Lengelle et N. Pillet : Hybrid propulsion for small satellite - logic of design and tests. *Combustion of Energetic Material*, pp. 90–100. K. Kuo and L. T. De Luca, 2002.
- [44] G. A. Marxman : Combustion in turbulent boundary layer on a vaporizing surface. *International Symposium on Combustion*, vol. 10, pp. 1337–1349, 1965.
- [45] G. A. Marxman et M. Gilbert : Turbulent boundary layer combustion in the hybrid rocket. *International Symposium on Combustion*, vol. 9, pp. 371–383, 1963.
- [46] G. A. Marxman et C. E. Wooldridge : The incompressible, turbulent boundary layer on a flat plate with homogeneous injection. Tm-33-64-u1, United Technology Center, 1964.
- [47] G. A. Marxman, C. E. Wooldridge et R. J. Muzzy : Fundamentals of hybrid boundary layer combustion. *Heterogenous Combustion Conference*, 1963. AIAA Paper 63-505.
- [48] J. S. Mcfarlane, R. J. Kniffen et J. Lichatowich : Design and testing of amroc's 250000 lbf thrust hybrid motor. *29th Joint Propulsion Conference*, 1993. AIAA Paper 93-2551.
- [49] R. J. Muzzy : Schlieren and shadowgraph studies of hybrid boundary layer combustion. *AIAA Journal*, 1:2159–2160, 1963.
- [50] R. J. Muzzy : Applied hybrid combustion theory. *8th Joint Propulsion Conference*, 1972.
- [51] H. Nagata, M. Ito, T. Maeda, M. Watanabe, T. Uematsu, T. Totani et I. Kudo : Development of camui hybrid rocket to create a market for small rocket experiments. *Acta Astronautica*, 59(1-5):253–258, 2006.
- [52] L. Pan et T. J. Hanratty : Correlation of entrainment for annular flow in horizontal pipes. *International Journal of Multiphase Flow*, 28(3):385–408, 2002.
- [53] L. Pan et T. J. Hanratty : Correlation of entrainment for annular flow in vertical pipes. *International Journal of Multiphase Flow*, 28(3):363–384, March 2002.
- [54] G. Parissenti, M. Passana, E. Gaia, E. Zaccagnino, F. Santilli, D. Pavarin, J. E. Ronningen A. Bettella and, T. Valle, P. Van Put, R. Tijsterman, R. Popola, A. Pistek, E. Di Sotto, D. Grandou, V. Stasse, L. T. DeLuca, L. Galfetti et F. Maggi : Throttleable hybrid engine for planetary soft landing. *4th European Conference for Aero-Space Sciences*, St. Petersburg, Russia, July 2011.
- [55] N. Pelletier : *Étude des phénomènes de combustion dans un propulseur hybride - Modélisation et analyse expérimentale de la régression des combustibles liquéfiables*. Thèse de doctorat, Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace, 2009.
- [56] N. Pelletier et Y. Maisonneuve : A numerical code for hybrid space propulsion design & tests. *3rd International Conference on Green Propellants for Space Propulsion*, Poitiers, France, September 2006.
- [57] M. Pilch et C. A. Erdman : Use of breakup time data and velocity history data to predict the maximum size of stable fragments for acceleration-induced breakup of a liquid drop. *International Journal of Multiphase Flow*, 13(6):741–757, November-December 1987.
- [58] M. Prevost et G. Guillemin : Modelling of hybrid rocket motor : 1d regression rate prediction model. *4th European Conference for Aero-Space Sciences*, St. Petersburg, Russia, July 2011.

-
- [59] G. A. Risha, A. Ulas, E. Boyer, S. Kumar et K. K. Kuo : Combustion of htpb-based solid fuels containing nano-sized energetic powder in a hybrid rocket motor. *37th Joint Propulsion Conference*, 2001. AIAA Paper 2001-3535.
 - [60] J. F. Sacadura : *Initiation aux transferts thermiques*. Technique et Documentation, 6 ed., 2000.
 - [61] V. Sankaran : Computational fluid dynamics modeling of hybrid rocket flowfields. *Fundamentals of Hybrid Rocket Combustion and Propulsion*, vol. 218 de *Progress in Astronautics and Aeronautics*, chap. 8, pp. 323–349. M. J. Chiaverini and K. K. Kuo, 2007.
 - [62] V. Sankaran et C. Merkle : Size scale-up in hybrid rocket motors. *34th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, 1996. AIAA Paper 96-0647.
 - [63] P. Sawant, M. Ishii et M. Mori : Droplet entrainment correlation in vertical upward co-current annular two-phase flow. *Nuclear Engineering Design*, 238(6):1342–1352, 2008.
 - [64] P. Sawant, M. Ishii et M. Mori : Prediction of amount of entrained droplets in vertical annular two-phase flow. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 30(4):715–728, 2009.
 - [65] S. A. Schadel : *Atomization and deposition rates in vertical annular two-phase flow*. Thèse de doctorat, University of Illinois, 1988.
 - [66] H. Schlichting et K. Gersten : *Boundary layer theory*. Springer, 8th revisited and enlarged ed., 2000.
 - [67] N. Serin et Y. A. Gogus : Navier-stokes investigation on reacting flow field of htpb/o₂ hybrid motor and regression rate evaluation. *39th Joint Propulsion Conference*, 2003. AIAA Paper 2003-4462.
 - [68] P. Simon : *Modélisation et simulation des mécanismes de la combustion hybride dans un système propulsif*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 1996.
 - [69] A. Russo Sorge, A. Esposito, G. Quaranta et G. Torella : Regression rate measurements in a hybrid rocket. *36th Joint Propulsion Conference*, 2000. AIAA Paper 2000-3438.
 - [70] D. A. Steen et G. B. Wallis : The transition from annular-mist, co-current two-phase downflow. Nyo-3114-2, Dartmouth College, 1964.
 - [71] Virgin Galactic web site : <http://www.virgingalactic.com>.
 - [72] A. Weinstein et A. Gany : Testing and modeling liquefying fuel combustion in hybrid propulsion. *4th European Conference for Aero-Space Sciences*, St Petersburg, Russia, July 2011.
 - [73] C. Wilke : A viscosity equation for gas mixtures. *Journal of Chemical Physics*, 18(4):517–519, 1950.
 - [74] I. P. Willetts : *Non-aqueous annular two-phase flow*. Thèse de doctorat, University of Oxford, 1987.

Résumé

Le dimensionnement préliminaire d'un propulseur hybride passe par une phase d'essais à échelle réduite afin de caractériser entre autre la loi de régression du couple oxydant/combustible envisagé pour remplir les besoins de la mission en terme de performances, durée de fonctionnement, etc. Afin de limiter le recours à ces campagnes expérimentales onéreuses et génératrices de délais pour les industriels, il est nécessaire de développer des outils numériques fiables permettant de prévoir rapidement, sous différentes conditions de fonctionnement et géométries de chambre de combustion, la loi de régression d'un couple oxydant/combustible.

L'objectif de cette thèse est de proposer une modélisation monodimensionnelle du mécanisme de régression des combustibles liquéfiables. Cette classe de combustibles offre des vitesses de régression trois à cinq fois plus élevées que celles rencontrées avec les combustibles généralement utilisés en propulsion hybride (PBHT par exemple). Ce modèle se base alors sur le transport de la phase gazeuse et du film liquide se développant sur le combustible solide, la vitesse de régression dépendant des transferts de masse et d'énergie entre ces trois phases. Afin de valider cette approche et l'architecture du code HYDRES conçu pour la résolution de ce modèle et la prévision des performances propulsives d'un moteur hybride, des campagnes expérimentales ont été réalisées sur les bancs d'essais HYCARRE et HYCOM. Ces essais ont également permis de développer une technique de mesure permettant l'obtention de la vitesse de régression instantanée du combustible, conduisant à la restitution de la loi de régression instantanée du couple oxydant/combustible.

Mots-clés : Propulsion spatiale hybride ; Combustibles liquéfiables ; Modélisation monodimensionnelle ; Code HYDRES ; Banc HYCOM ; Méthode de mesure ultrasonore

Abstract

The preliminary design of a hybrid rocket engine requires lab-scale tests to characterize the regression law of the oxidizer/fuel pair intended to fulfil the mission needs in terms of performances, etc. To limit these costly and potentially delaying experimental campaigns, it is necessary to develop reliable numerical tools to quickly predict the regression law of the oxidiser/fuel pair under different operating conditions and with different combustion chamber geometries.

The objective of the thesis is to develop a one-dimensional model of the regression mechanism of liquefying fuels. These particular fuels offer regression rates three to five times higher than those found with classic polymers used in hybrid propulsion (eg. HTPB). The model is based on the transport of the gaseous flow and the liquid film which is developing along the solid fuel grain. The regression rate depends on mass and energy transfers between these three phases. To validate this approach and the HYDRES numerical tool, specifically designed to solve this model and forecast the performances of a hybrid engine, experimental tests were performed with the HYCARRE and HYCOM facilities. These tests also allowed for the development of a technique to measure the instantaneous regression rate of the solid fuel, providing directly the instantaneous regression law of the oxidizer/fuel pair.

Key words : Hybrid space propulsion ; Liquefying fuels ; One-dimensional model ; HYDRES numerical tool ; HYCOM facility ; Ultrasonic measurement technique